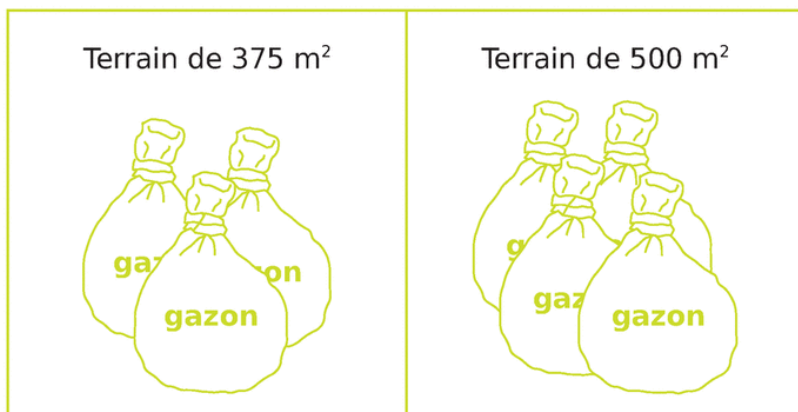


LA PROPORTIONNALITÉ

Dans une jardinerie, les pancartes ci-dessous indiquent que le nombre de sacs de graines à utiliser est proportionnel à la surface du terrain à ensemençer.



3 sacs permettent d'ensemencer 375 m²

4 sacs permettent d'ensemencer 500 m²

1) A l'aide de ces données, répondre aux questions suivantes :

Quelle surface pourra ensemençer Jean-Paul avec 7 sacs ?

Quelle surface pourra ensemençer Emmanuel avec 6 sacs ?

De combien de sacs aura besoin Rachid pour réaliser une pelouse de 1 500 m² ?

Quelle surface pourra ensemençer Léonard avec 19 sacs ?

Quelle surface pourra ensemençer Fatima avec 28 sacs ?

De combien de sacs aura besoin Steeve pour réaliser une pelouse de 3 875 m² ?

Quelle surface pourra ensemençer Sonda avec 21 sacs ?

2) Propose plusieurs méthode pour déterminer la surface que l'on peut ensemençer avec un sac

Dans cet exercice, nous venons de travailler avec 2 grandeurs proportionnelles :

Si on double l'une des grandeurs, l'autre double aussi.

Reconnaître un tableau de proportionnalité

Pour savoir si un tableau est un tableau de proportionnalité, il suffit de diviser les nombres de la ligne du bas par ceux de la ligne du haut. Si on obtient à chaque fois le même résultat, le tableau est un tableau de proportionnalité et ce nombre sera le coefficient de proportionnalité.

Exemple :

| | | | |
|-----|-----|------|------|
| 2 | 5 | 9 | 15 |
| 3,4 | 8,5 | 15,3 | 25,5 |

$$\frac{3,4}{2}=1,7 \quad \frac{8,5}{5}=1,7 \quad \frac{15,3}{9}=1,7 \quad \frac{25,5}{15}=1,7$$

Ce tableau est un tableau de proportionnalité et son coefficient est 1,7.

On passe de la première ligne à la deuxième en multipliant tous les nombres par 1,7

Exercice : Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

| | | | | |
|----|------|----|------|-----|
| 4 | 7 | 20 | 23 | 44 |
| 14 | 24,5 | 70 | 80,5 | 154 |

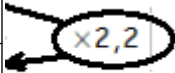
| | | | | |
|-----|------|------|-------|-----|
| 1 | 4 | 9 | 21 | 100 |
| 9,4 | 37,6 | 84,6 | 197,2 | 940 |

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 14 | 16 | 18 | 20 | 22 |

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0,7 | 1,4 | 2,1 | 2,8 | 3,5 |

Compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

| | | | |
|---|---|---|----|
| 0 | 3 | 7 | 12 |
| | | | |







Pour les tableaux suivants, il faut déterminer le coefficient de proportionnalité

| | | | | |
|---|----|----|----|----|
| 2 | 5 | 12 | 15 | 20 |
| | 60 | | | |

| | | | | | |
|----|-----|----|-------|----|----|
| 3 | | 12 | | 20 | 40 |
| 81 | 135 | | 426,6 | | |

Déterminer une quatrième proportionnelle (ou produit en croix)

On considère le tableau de proportionnalité suivant :





| | | | |
|----|---|---|----|
| 2 |  |  | 7 |
| 10 |  |  | 35 |

Le coefficient de proportionnalité de ce tableau est $5 : 2 \times 5 = 10$ et $7 \times 5 = 35$

Une propriété de ce tableau :

$$2 \times 35 = 7 \times 10$$

On va utiliser cette propriété pour compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

| | | | |
|----|---|---|-----|
| 5 |  |  | 12 |
| 27 |  |  | x |

$$5 \times x = 12 \times 27$$

$$x = \frac{12 \times 27}{5}$$

$$x = 64,8$$

En suivant ce modèle, compléter les tableaux suivants

| | |
|----|----------|
| 8 | 9 |
| 33 | \times |

| | |
|----|----------|
| 21 | \times |
| 4 | 7 |

| | |
|----------|----|
| \times | 56 |
| 34 | 10 |

| | |
|----------|----|
| 50 | 8 |
| \times | 42 |

| | |
|----|----------|
| 3 | 7 |
| 45 | \times |

| | |
|----|----------|
| 32 | \times |
| 7 | 10,5 |

Quatrième proportionnelle et résolution de problèmes

Exercice résolu

12 photocopies en couleur coûtent 5,40 € ? Le prix est proportionnel au nombre de photocopies.
Quel est le prix à payer pour 30 photocopies ?

On peut résoudre un problème de proportionnalité de différentes manières.

Pour cette série d'exercices, je vous demande de construire à chaque fois un tableau de proportionnalité comportant 3 colonnes et 2 lignes.

| | | |
|-----------------------|------|----|
| Nombre de photocopies | 12 | 30 |
| Prix à payer (en €) | 5,40 | x |

Dans la première colonne :
les grandeurs

Dans la deuxième colonne :
ce que je sais

Dans la troisième colonne
la question

$$12 \times x = 30 \times 5,40$$

$$x = \frac{30 \times 5,40}{12}$$

$$x = 13,50$$

On termine l'exercice par répondre à la question à l'aide d'une phrase :

Le prix de 30 photocopies est 13,50 €

A vous de jouer...

Exercice n°1 :

Pour peindre un mur, un peintre mélange de la peinture blanche et de la peinture rouge.
Pour 2,5 L de peinture blanche, il met 1,7 L de peinture rouge.
Les volumes de peinture blanche et de peinture rouge sont proportionnels.
Quel volume de peinture rouge ajoute-t-il à 3,5 L de peinture blanche ?

Exercice n°2 :

Un panda mange 45,6 kg de bambous en 2 jours. Combien de jour lui faut-il pour manger une tonne de bambous (arrondir à l'unité).

Exercice n°3 :

Marion a installé une pompe pour arroser son jardin.

Cette pompe a un débit de 3000 L par heure

- 1) Combien de temps faut-il à Marion pour remplir son arrosoir de 10 L ?
- 2) Il a mis 24 minutes pour remplir une citerne. Déterminer la volume de cette citerne.

Exercice n°4 :

Pour faire sécher 6 serviettes de table sur une corde à linge, il faut 24 minutes. Dans les mêmes conditions climatiques et d'étendage, combien faut-il de temps pour faire sécher 24 serviettes ?

Exercice n°5 :

Gaspard effectue des travaux de jardinage. Il est payé à l'heure.

Cette semaine pour 20h de travail, il a gagné 213€

La semaine prochaine, il prévoit de travailler 17h.

Quelle somme d'argent va-t-il gagner ?

Exercice n°6 :

Pour son voyage en Norvège, Alice a échangé 40 € contre 368 couronnes norvégiennes (NOK)

- 1) Finalement avant de partir, elle échange encore 130 € au même cours.

Combien de couronnes reçoit-elle ?

- 2) En rentrant de son voyage, Alice échange les 138 couronnes qu'il lui reste.

Combien d'euros reçoit-elle ?

Exercice n°7 :

Obélix mesure 1,75m

Quelle est la hauteur du menhir qu'il est en train de tailler ?



Caractériser graphiquement la proportionnalité

Un professeur d'arts plastiques veut réaliser avec ses élèves des figures géométriques sur le sol de la cour du collège.

Pour cela, il veut acheter des craies géantes. Il a le choix entre trois fournisseurs :



Pour chacun des trois fournisseurs, compléter les tableaux ci-dessous :

CREA-BOUTIQUE

| | | | | |
|--------------------|---|----|----|----|
| Nombre de craies | 5 | 10 | 15 | 20 |
| Prix payé (en €) | | | | |

eCRÉATIF

| | | | | |
|--------------------|---|----|----|----|
| Nombre de craies | 5 | 10 | 15 | 20 |
| Prix payé (en €) | | | | |

PromoCréa

| | | | | |
|--------------------|---|----|----|----|
| Nombre de craies | 5 | 10 | 15 | 20 |
| Prix payé (en €) | | | | |

Seul le premier tableau est un tableau de proportionnalité.

Le coefficient de proportionnalité est égal à 1,20.

Les deux autres tableaux ne sont pas des tableaux de proportionnalité

Nous allons représenter dans le repère ci-dessous, avec des couleurs différentes les données des tableaux correspondant à chaque fournisseur

CREA-BOUTIQUE : en rouge

eCREATIF : en bleu

PromoCréa : en vert



Nous remarquons que dans le cas de CREA-BOUTIQUE, les points sont alignés avec l'origine du repère.

C'est ainsi que l'on reconnaît graphiquement une situation de proportionnalité.

Propriétés (admisses)

Toute situation de proportionnalité se représente graphiquement par des points **alignés avec l'origine du repère**.

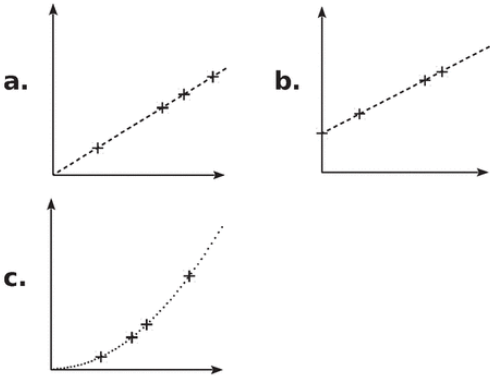
Tout graphique dont les points sont **alignés avec l'origine du repère**, représente une situation de proportionnalité.

Exercice résolu :

Reconnaître un graphique représentant une situation proportionnalité

Énoncé

Le(s)quel(s) de ces trois graphiques représente(nt) une situation de proportionnalité ?

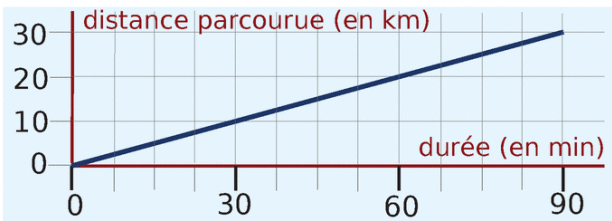


Correction

- a. Les points sont alignés avec l'origine du repère donc c'est une situation de proportionnalité.
- b. Les points sont alignés mais pas avec l'origine du repère donc ce n'est pas une situation de proportionnalité.
- c. Les points ne sont pas alignés donc ce n'est pas une situation de proportionnalité.

Exercice n°1

a. Ce graphique illustre-t-il une situation de proportionnalité ?

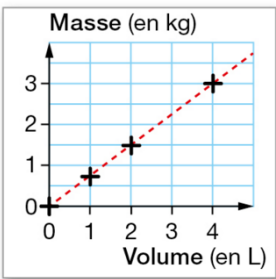


b. La promenade dure 3 h et s'effectue à la même vitesse. Complète le tableau suivant :

| | | | |
|------------------|----|----|-----|
| Distance (en km) | | 40 | |
| Durée (en min) | 45 | | 165 |

Exercice n°3

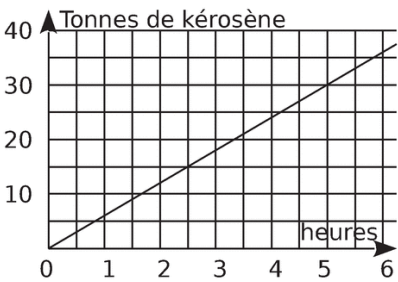
Voici un graphique représentant la masse de l'essence en fonction de son volume.



- a. Ce graphique représente-t-il une situation de proportionnalité ? Expliquer.
- b. Combien pèsent 2 L d'essence ?
- c. Calculer la masse de 7 L d'essence.
- d. Calculer, le volume de 10,5 kg d'essence.

Exercice n°2

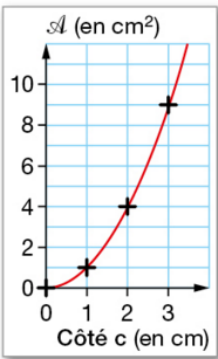
Un avionneur donne la consommation moyenne de l'un de ses avions moyen courrier grâce au graphique ci-contre.



- a. Avec 20 t de kérosène, combien de temps cet avion peut-il voler ? Donne une valeur approchée.
- b. Donne une estimation de la masse de kérosène, en tonnes, consommée pour un vol d'une durée de 2 h.

Exercice n°4

Le graphique ci-contre représente l'aire \mathcal{A} d'un carré en fonction de la longueur de son côté.



- a. L'aire d'un carré est-elle proportionnelle à la longueur de son côté ? Justifier.
- b. Estimer, à l'aide de ce graphique, l'aire d'un carré de côté 2,5 cm.
- c. James a calculé l'aire d'un carré de côté 2,5 cm, mais il a fait une erreur de raisonnement.

| | | |
|------------------------|---|-----|
| c (en cm) | 3 | 2,5 |
| \mathcal{A} (en cm²) | 9 | x |

$$x = \frac{2,5 \times 9}{3}$$
$$x = 7,5 \text{ cm}^2$$

Quelle erreur James a-t-il commise ?
Calculer la valeur exacte de l'aire de ce carré.