

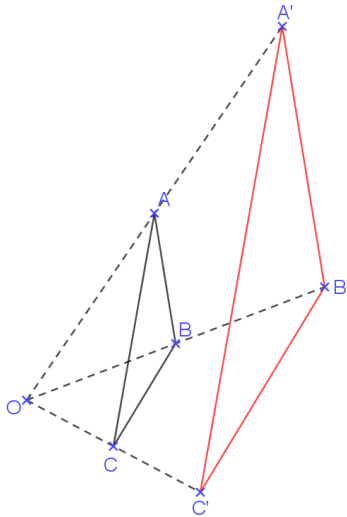
Homothétie

Définition :

Une homothétie de rapport k (k est un nombre relatif) permet d'agrandir ou de réduire une figure par rapport à un point appelé le centre de l'homothétie.

Exemple 1 :

Homothétie de centre O et de rapport 2. $H(O; 2)$



$A'B'C'$ est l'image de ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 2

$A'B'C'$ est un agrandissement de ABC de rapport 2.

$$A'B' = 2 \times AB$$

$$OA' = 2 \times OA$$

$$A'C' = 2 \times AC$$

$$OB' = 2 \times OB$$

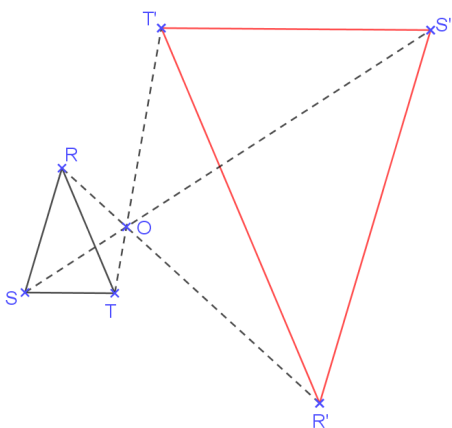
$$B'C' = 2 \times BC$$

$$OC' = 2 \times OC$$

$\left. \begin{array}{l} O, A, A' \\ O, B, B' \\ O, C, C' \end{array} \right\}$ sont alignés

Exemple 2 :

Soit l'homothétie de centre O et de rapport -3 $H(O; -3)$



$R'S'T'$ est l'image de RST dans l'homothétie de centre O et de rapport -3

$R'S'T'$ est un agrandissement de rapport 3

Remarque

Si $k > 1$ ou si $k < -1$, alors l'homothétie correspond à un agrandissement.

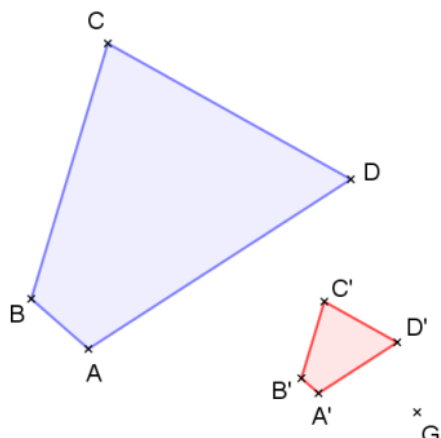
Si $-1 < k < 1$, alors l'homothétie correspond à une réduction.

Exercice n°1 :

Sur la figure ci-dessous, $A'B'C'D'$ est l'image de $ABCD$ par l'homothétie de centre G et de rapport 0,3.

On a par ailleurs : $AB = 1,5 \text{ cm}$, $AD = 6,4 \text{ cm}$, $C'D' = 1,8 \text{ cm}$

Calculer les longueurs $A'B'$, $A'D'$ et CD .

**Solution :**

$$A'B' = k \times AB$$

$$A'B' = 0,3 \times 1,5$$

$$A'B' = 0,45 \text{ cm}$$

$$A'D' = k \times AD$$

$$A'D' = 0,3 \times 6,4$$

$$A'D' = 1,92 \text{ cm}$$

$$C'D' = k \times CD$$

$$1,8 = 0,3 \times CD$$

$$CD = \frac{1,8}{0,3}$$

$$CD = 6 \text{ cm}$$

Exercice n°2 :

$A'B'C'$ est l'image de ABC par une homothétie de centre E .

$AB = 3,2 \text{ cm}$, $AC = 6,4 \text{ cm}$, $A'B' = 8 \text{ cm}$

1) Déterminer le rapport de l'homothétie.

2) Déterminer $A'C'$

Solution :

1) $A'B'C'$ est un agrandissement de ABC .

$$k = \frac{A'B'}{AB}$$

$$k = \frac{8}{3,2}$$

$$k = 2,5$$

Le rapport de l'homothétie est 2,5

$$2) \quad A'C' = k \times AC$$

$$A'C' = 2,5 \times 6,4$$

$$A'C' = 16 \text{ cm}$$

