

DISTANCES

Autrefois...

Dans l'Antiquité, chaque peuple avait son propre système d'unités de mesure : coudées, doigts, paumes, pieds, stades pour les Grecs ou les Egyptiens, mais aussi pas, milles pour les Romains... Au Moyen Age, les unités de mesure couramment utilisées en Occident sont le pied et le pouce (qui vaut un douzième de pied).

Sous l'ancien régime, en France : pied-du-roi, lieue, arpent, perche, toise, canne, aune... les unités utilisées étaient nombreuses, et de plus elles ne mesuraient pas forcément la même longueur selon la région où se l'on trouvait !

Aussi, à la fin du XVIII^{ème} siècle, après la Révolution Française de 1789 (et en particulier sous l'impulsion de l'Académie des Sciences), on décide de créer une unité de mesure universelle : le mètre, défini alors comme la dix-millionième partie du quart de méridien terrestre. Des savants mettront plusieurs années à mesurer précisément ce quart de méridien, et ainsi donner naissance à cette nouvelle unité de mesure des longueurs, aujourd'hui à la base de ce que l'on appelle le système métrique (comportant des unités de masse (gramme), de capacité (litre), etc).

Ailleurs...

Principalement au Royaume-Uni et aux Etats-Unis, les unités de mesure de longueur usuelles ne sont pas celles du système métrique : les anglo-saxons utilisent les pouces (*inches* en anglais ; 1 pouce équivaut à 25,4 mm), les pieds (*feet* en anglais ; 1 pied est égal à 12 pouces, 1 pied équivaut donc à 30,48 cm), les yards (1 yard est égal à trois pieds, 1 yard équivaut donc à 0,9144 m) et les miles (1 mile est égal à 1609,344 m).

Par ailleurs, quelques pays conservent localement des unités qui leur sont propres, mais ont pour l'essentiel adhéré au système métrique.

Particularités...

En astronomie : les distances sont tellement gigantesques qu'il a fallu inventer de nouvelles unités de mesure de longueurs. Citons par exemple l'année-lumière : c'est la distance parcourue par la lumière dans le vide en une année, soit environ 9461 milliards de kilomètres tout de même... Imaginez que l'étoile la plus proche de notre Soleil est déjà située à plus de 4 années-lumière ! On peut également citer l'Unité Astronomique (UA), qui est égale à la distance moyenne entre la terre et le Soleil, soit environ 149,6 millions de kilomètres.

En matière de navigation on utilise également des unités différentes ; citons par exemple le mille marin, qui vaut environ 1852 m.

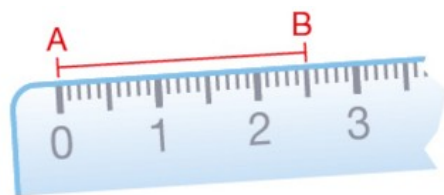
Distance entre deux points

La distance entre deux points est la longueur du plus court chemin entre ces deux points. C'est la longueur du segment qui joint ces deux points

Exemple :

La distance entre les points A et B est 2,5 cm

On note $AB=2,5$ cm

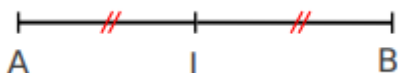


Unités de longueur et tableau de conversion

Multiples				Sous-multiples		
kilomètre	hectomètre	décamètre	mètre	décimètre	centimètre	millimètre
km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Milieu d'un segment

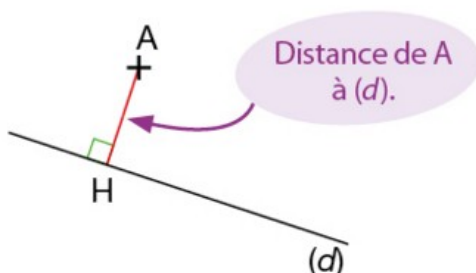
Le milieu d'un segment est le point de ce segment qui est situé à égale distance de ses extrémités. Pour traduire qu'un point I est le milieu d'un segment $[AB]$, on écrit : $I \in [AB]$ et $IA = IB$.



Distance d'un point à une droite

La distance d'un point à une droite est la longueur du plus court chemin entre ce point et la droite

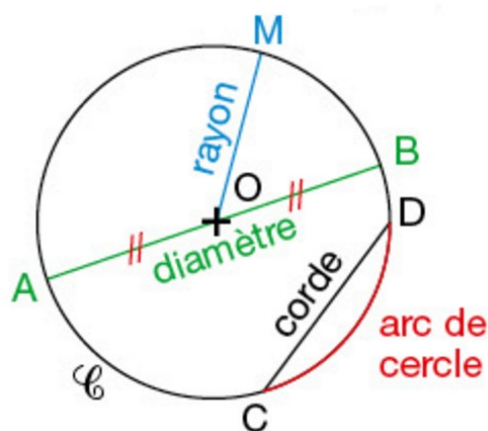
La distance d'un point A à la droite (d) est la distance AH entre A et H, H étant le pied de la perpendiculaire menée de A à la droite (d)



Le cercle

Un cercle de centre O est formé de tous les points situés à une même distance du point O .

Cette distance est appelée le **rayon** du cercle.



Les points A, B, C, D et M appartiennent au cercle de centre O .
 Le segment $[OM]$ est un rayon du cercle.
 Le segment $[CD]$ est une corde du cercle.
 La corde $[AB]$ est un diamètre du cercle.
 O est le milieu du diamètre $[AB]$

Périmètre

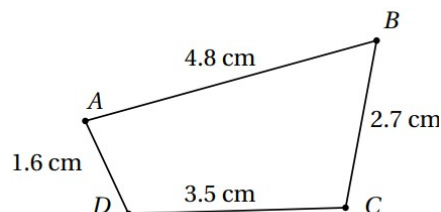
Le périmètre d'une figure est la longueur de son contour, dans une unité de longueur donnée.

Par exemple, le périmètre du quadrilatère dessiné ci-contre est égal à :

$$P = AB + BC + CD + DA$$

$$P = 4,8 + 2,7 + 3,5 + 1,6$$

$$P = 12,6 \text{ cm}$$



Le périmètre d'une figure est une longueur dont il possède une unité (cm, m, km...)

Attention : Pour calculer un périmètre, il faut que toutes les longueurs soient exprimées dans la même unité

Périmètres de quelques figures usuelles :

Losange de côté c	Carré de côté c	Rectangle de longueur L et de largeur l
$\mathcal{P} = 4 \times c$		$\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times l$

Périmètre d'un cercle

Pour déterminer le périmètre d'un cercle, on peut utiliser 2 formules :

$$P = \pi \times D \quad D = \text{diamètre du cercle}$$

$$P = 2 \times \pi \times R \quad R = \text{rayon du cercle}$$

Exemples :

1) Déterminer le périmètre d'un cercle de diamètre 8 cm

$$P = \pi \times D$$

$$P = \pi \times 8$$

$$P = 8\pi \text{ cm} \quad (\text{affichage calculatrice. Il s'agit de la valeur exacte})$$

$$P \approx 25,1 \text{ cm} \quad (\text{valeur approchée au dixième})$$

2) Déterminer le périmètre d'un cercle de rayon 12 cm

$$P = 2 \times \pi \times R$$

$$P = 2 \times \pi \times 12$$

$$P = 24\pi \text{ cm} \quad (\text{affichage calculatrice. Il s'agit de la valeur exacte})$$

$$P \approx 75,4 \text{ cm} \quad (\text{valeur approchée au dixième})$$

π est le nombre qui s'obtient en divisant la longueur d'un cercle quelconque par son diamètre. C'est un nombre un peu mystérieux, et pour tout dire fascinant :

- Les Babyloniens prenaient $\frac{25}{8} = 3,125$ comme valeur de π .

- Les Egyptiens avaient estimé que ce nombre était égal à $\frac{256}{81}$, c'est-à-dire environ 3,16.

- Plus tard, Archimède, célèbre savant Grec, estima que π était compris entre $\frac{223}{71} \approx 3,141$ et

$$\frac{220}{70} \approx 3,143$$

- Au XV^{ème} siècle, le mathématicien Arabe Al-Kashi calcula 14 décimales de π ;

Au XVII^{ème} siècle, l'Anglais John Machin fut le premier à calculer 100 décimales de π .

Récemment, le Japonais Kanada a calculé grâce à un énorme ordinateur plus de 1 200 000 000 000 décimales de π !

En fait, un petit poème permet de retenir les premières décimales de π ; dans ce poème, le nombre de lettres de chaque mot donne la décimale correspondante. Voyez plutôt :

Que	j'	aime	à	faire	apprendre	ce	nombre
3	1	4	1	5	9	2	6
utile	aux	sages.	Immortel	Archimède,	artiste	ingénieur	...
5	3	5	8	9	7	9	

qui nous donne $\pi \approx 3,14159265358979$

En fait, ce mystérieux nombre π est un nombre que l'on ne peut pas écrire sous la forme d'un nombre décimal ou d'une fraction : il y a une infinité de décimales, et elles ne présentent aucune régularité.....

π = 3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 58209 74944
59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211 70679 82148 08651 32823 06647 09384
46095 50582 23172 53594 08128 48111 74502 84102 70193 85211 05559 64462 29489
54930 38196 44288 10975 66593 34461 28475 64823 37867 83165 27120 19091 45648
56692 34603 48610 45432 66482 13393 60726 02491 41273 72458 70066 06315 58817
48815 20920 96282 92540 91715 36436 78925 90360 01133 05305 48820 46652 13841
46951 94151 16094 33057 27036 57595 91953 09218 61173 81932 61179 31051 18548 07446
23799 62749 56735 18857 52724 89122 79381 83011 94912 98336 73362 44065 66430
86021 39494 63952 24737 19070 21798 60943 70277 05392 17176 29317 67523 84674
81846 76694 05132 00056 81271 45263 56082 77857 71342 75778 96091 73637 17872
14684 40901 22495 34301 46549 58537 10507 92279 68925 89235 42019 95611 21290
21960 86403 44181 59813 62977 47713 09960 51870 72113 49999 99837 29780 49951
05973 17328 16096 31859 50244 59455 34690 83026 42522 30825 33446 85035 26193
11881 71010 00313 78387 52886 58753 32083 81420 61717 76691 47303 59825 34904
28755 46873 11595 62863 88235 37875 93751 95778 18577 80532 17122 68066 13001
92787 66111 95909 21642 01989 38095 25720 10654 85863 27886 59361 53381 82796
82303 01952 03530 18529 68995 77362 25994 13891 24972 17752 83479 13151 55748
57242 45415 06959 50829 53311 68617 27855 88907 50983 81754 63746 49393 19255...