

STATISTIQUES

Effectifs et fréquences

En statistique, on étudie sur **une population un caractère** qui peut prendre plusieurs **valeurs**.

Exemple: on a interrogé les 25 élèves d'une classe de 5e au sujet de leur sport préféré.

Dans cette enquête, **la population** étudiée est une classe de 5e.

Le caractère étudié est le sport préféré des élèves.

Les valeurs possibles de ce caractère sont: football, basket, tennis, handball et danse.

Voici les résultats de cette enquête :

Valeurs	Football	Basket	Handball	Tennis	Danse	Total
Effectifs	8	6	2	3	6	25

L'effectif d'une valeur est le nombre de fois où cette valeur apparaît.

L'effectif total est le nombre total d'individus de la population étudiée.

La fréquence d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total.

Cette fréquence peut s'écrire sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.

Exemple :

La fréquence de la valeur « football » est $\frac{8}{25} = 0,32 = 32\%$

Moyenne

La moyenne d'une série statistique est le quotient de la somme de toutes les valeurs des données par l'effectif total.

Exercice résolu 1 : Moyenne simple

Sophie a calculé le temps qu'elle a passé la semaine dernière devant la télévision

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Temps en min	62	57	110	60	46	122	131

Calculons le temps moyen qu'elle a passé devant la télévision.

L'effectif total est égal à 7.

$$\frac{62 + 57 + 110 + 60 + 46 + 122 + 131}{7} = 84$$

Sophie a passé en moyenne 84 minutes devant la télévision

Exercice résolu 2 : Moyenne pondérée

Les élèves d'une classe de 4ème ont indiqué le nombre de livres qu'ils ont lus durant le mois d'avril. Voici les résultats de l'enquête.

Nombre de livres lus	0	1	2	3	7	8	15	Total
Effectifs	12	4	3	3	1	1	1	25

Calcule le nombre de livres lus en moyenne par les élèves.

L'effectif total est égal à 25. Pour déterminer la moyenne, on devra donc diviser le nombre total de livres lus par 25.

$$\frac{0 \times 12 + 1 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 3 + 7 \times 1 + 8 \times 1 + 15 \times 1}{25} = 1,96$$

Les élèves ont lu en moyenne 1,96 livre au mois d'Avril.

Exercice résolu 3 : Moyenne pondérée

Voici la répartition par âge des membres d'un club d'échec.

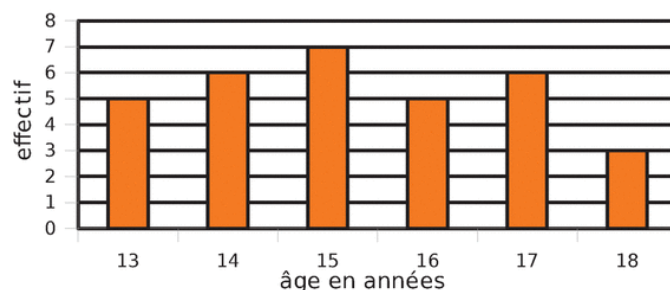
Déterminer l'effectif total :

$$5 + 6 + 7 + 5 + 6 + 3 = 32$$

Calculons l'âge moyen :

$$\frac{13 \times 5 + 14 \times 6 + 15 \times 7 + 16 \times 5 + 17 \times 6 + 18 \times 3}{32} = 15,3125$$

L'âge moyen est égal à 15,3 ans.



Étendue

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs de la série

Exercice résolu 4 : étendue

Dans chaque cas, déterminer l'étendue des séries statistiques.

$$1) 76 / 4 / 16 / 99 / 35 / 71 / 8 / 26$$

La plus grande valeur est 99.

La plus petite valeur est 4

L'étendue est égale à $99 - 4 = 95$

2) Le syndicat de la chaussure a réalisé une étude auprès d'un échantillon de 1000 adultes pour connaître la répartition des pointures

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
Effectif	23	43	76	108	114	136	137	113	94	81	53	22

Dans cet exercice, on s'intéresse à la pointure des adultes.

La plus grande pointure est 46.

La plus petite pointure est 35.

L'étendue de la série statistique est $46 - 35 = 11$

Médiane

**Les valeurs d'une série statistiques étant rangées par ordre croissant,
la médiane est un nombre m tel que:
Au moins la moitié des valeurs de la série sont inférieures ou égales à m
Au moins la moitié des valeurs de la série sont supérieures ou égales à m**

Exercice résolu 5 : médiane (nombre impair de valeurs)

Voici le temps consacré, en minutes, au petit-déjeuner par 7 personnes :

16 / 12 / 8 / 19 / 5 / 8 / 18.

Déterminons la médiane de cette série statistique

La première chose à faire est de classer les données dans l'ordre croissant.

S'il y a plusieurs valeurs égales, il faut toutes les noter.

5 / 8 / 8 / 12 / 16 / 18 / 19.

On va maintenant ajouter 1 à l'effectif total puis diviser le résultat par 2.

$$7 + 1 = 8 \quad 8 \div 2 = 4$$

La médiane de cette série statistique est la 4ème valeur : **12**

5 / 8 / 8 / **12** / 16 / 18 / 19.

Exercice résolu 6 : médiane (nombre pair de valeurs)

Ce cas est un peu plus compliqué que le précédent.

Voici les notes obtenues par 10 élèves :

12 / 17 / 9 / 12 / 12 / 13 / 19 / 17 / 20 / 16

Déterminons la médiane de cette série statistique

La première chose à faire est de classer les données dans l'ordre croissant.

S'il y a plusieurs valeurs égales, il faut toutes les noter.

9/12/12/12/13/16/17/17/19/20

On va maintenant ajouter 1 à l'effectif total puis diviser le résultat par 2.

$$10 + 1 = 11 \quad 11 \div 2 = 5,5$$

5,5 n'est pas un nombre entier. Il est compris entre 5 et 6

La médiane sera donc comprise entre la 5ème valeur et la 6ème valeur de cette série statistiques.

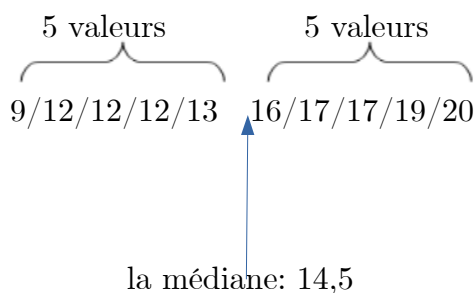
La 5^{ème} valeur est 13

La 6^{ème} valeur est 16

Déterminons la valeur qui est comprise entre 13 et 16 :

$$\frac{13 + 16}{2} = 14,5$$

La médiane de cette série statistique est **14,5**



Comme vous venez de le voir, la médiane n'est pas forcément une valeur de la série statistique.

Dans l'exercice 5, la médiane est une valeur de la série statistique.

Dans l'exercice 6, la médiane n'est pas une valeur de la série statistique.

Exercice résolu 7 : médiane (données présentées dans un tableau)

Une enquête a été réalisée dans des restaurants pour connaître l'effectif de leurs personnels salariés.

Nombre de salariés	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	5	7	14	17	21	10	6

Déterminer la médiane de cette série statistiques.

Dans un premier temps, il faut trouver l'effectif total :

$$5 + 7 + 14 + 17 + 21 + 10 + 6 = 80$$

La statistique porte donc sur 80 restaurants.

On va maintenant ajouter 1 à l'effectif total puis diviser le résultat par 2.

$$80 + 1 = 81 \quad 81 \div 2 = 40,5$$

40,5 est compris entre 40 et 41 donc la médiane est comprise entre la 40^{ème} valeur et la 41^{ème} valeur.

D'après le tableau :

Les 5 premières valeurs sont égales à 2.

Les 7 valeurs suivantes sont égales à 3.

5+7 = 12. La 12^{ème} valeur est égale à 3. La 13^{ème} valeur est égale à 4.

Les 14 valeurs suivantes sont égales à 4.

5+7+14=26. La 26^{ème} valeur est égale à 4. La 27^{ème} valeur est égale à 5.

Les 17 valeurs suivantes sont égales à 5.

5+7+14+17=43. La 43^{ème} valeur est égale à 5.

Toutes les valeurs comprises entre la 27^{ème} valeur et la 43^{ème} valeur sont égales à 5.

La 40^{ème} valeur est donc égale à 5

La 41^{ème} valeur est donc égale à 5

La médiane est comprise entre 5 et 5, c'est à dire que la médiane est égale à 5.

Pour ceux qui n'auraient pas compris, voici toutes les valeurs de la série statistique :

22222 3333333 44444444444444 5555555555555555 6666666666666666666
77777777777 888888.