Agrandissement – Réduction

Propriété

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k (de coefficient k)
Toutes les longueurs sont multipliées par k
La mesure des angles est conservée
Si $k > 1$ alors il s'agit d'un agrandissement
Si $0 < k < 1$ alors il s'agit d'une réduction

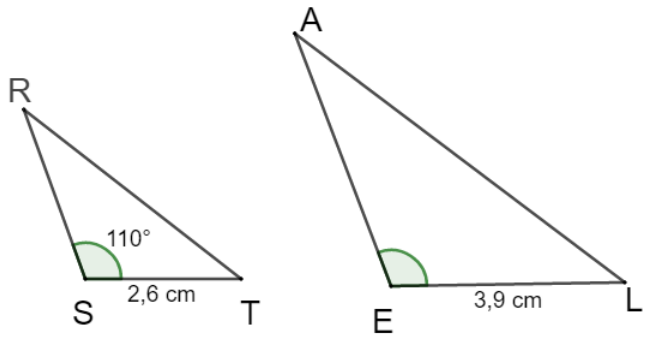
Exemple 1

A'B'C' est une réduction du triangle ABC. Le coefficient de réduction est $\frac{4}{5}$.
Le triangle ABC tel que AB = 10 cm, AC = 7,5 cm et BC = 6 cm
Déterminer les dimensions de A'B'C'
Rédaction :

$k = \frac{4}{5}$

$$A'B' = k \times AB = \frac{4}{5} \times 10 = 8\ cm$$
$$A'C' = k \times AC = \frac{4}{5} \times 7,5 = 6\ cm$$
$$B'C' = k \times BC = \frac{4}{5} \times 6 = 4,8\ cm$$

Exemple 2



LEA est un agrandissement de RTS
1) Déterminer le coefficient d'agrandissement
2) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{AEL}$

$$k = \frac{EL}{ST} = \frac{3,9}{2,6} = 1,5$$

Le coefficient d'agrandissement est 1,5

2) Déterminons la mesure de l'angle $\widehat{AEL}$

Je sais que : AEL est un agrandissement de RST $\begin{cases} de\ coefficient\ 1,5 \\ de\ rapport\ 1,5 \end{cases}$

$\widehat{RST} = 110°$

Or : Lors d'un agrandissement, la mesure des angles est conservée

Donc : $\widehat{AEL} = \widehat{RST} = 110°$

Exemple 3

IJK est un triangle tel que IJ=7 cm, IK = 4 cm et JK = 6 cm
DEF est un triangle tel que DE = 7,2 cm, DF = 8,4 cm et EF = 5,2 cm.
DEF est-il un agrandissement de IJK ?
Pour commencer, il faut classer les longueurs des côtés des triangles dans l'ordre croissant

IK = 4 cm	JK = 6 cm	IJ = 7 cm
EF = 5,2 cm	DE = 7,2 cm	DF = 8,4 cm

Pour que DEF soit un agrandissement de IJK, il faut que les rapports de longueurs soient égaux

$\frac{EF}{IK} = \frac{5,2}{4} = 1,3$ $\frac{DE}{JK} = \frac{7,2}{6} = 1,2$ $\frac{DF}{IJ} = \frac{8,4}{7} = 1,2$

Donc DEF **n'est pas** un agrandissement de IJK

Effet sur les aires

Propriété :

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k, l'aire d'une surface est multipliée par k^2

$$Nouvelle\ aire = k^2 \times aire\ initiale$$

Exemple 1

Soit un rectangle de longueur 12 cm et de largeur 8 cm
Ce rectangle subit une réduction de rapport 0,6
Calculer l'aire de ce nouveau rectangle

Aire du rectangle initial : $L \times l = 12 \times 8 = 96\ cm^2$
$k = 0,6$
Aire du nouveau rectangle = $k^2 \times$ aire du rectangle initial
Aire du nouveau rectangle = $0,6^2 \times 96$
Aire du nouveau rectangle = 34,56

L'aire du rectangle réduit est $34,56\ cm^2$

Exemple 2

Une surface a une aire de 64 mm^2. Elle subit un agrandissement et cette surface a une aire de 4 cm^2.
Calculer le rapport de l'agrandissement.

Attention : $4\ cm^2 = 400\ mm^2$
Aire de la nouvelle surface = $k^2 \times$ aire de la surface initiale
$400 = k^2 \times 64$
$k^2 = \frac{400}{64} = 6,25$

$k = \sqrt{6,25} = 2,5$

Le rapport d'agrandissement est 2,5

Effet sur les volumes

Propriété

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k, le volume est multipliée par k^3

$$Nouveau\ volume = k^3 \times volume\ initial$$

Exemple

On multiplie par 4 le rayon d'une boule de 450 cm^3
Quel est le volume de cette nouvelle boule ?

$k = 4$
Nouveau volume = $k^3 \times$ volume initial
Nouveau volume = $4^3 \times 450$
Nouveau volume = 28 800 cm^3

Le volume de la nouvelle boule est de 28 800 cm^3

Rappel : 28 800 $cm^3 = 28,8 dm^3 = 28,8\ L$