

## ARITHMÉTIQUE

### Exercice n°1 :

Déterminer la liste des diviseurs des nombre suivants :

27 / 100 / 30 / 17 / 135 / 260 / 640

Un nombre est dit premier, s'il admet exactement 2 diviseurs distincts (lui-même et l'unité).

1 n'est donc pas premier.

### Liste des nombres premiers :

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97  
101 103 107 109 113 127 131 137 139 149 151 157 163 167 173 179 181 191 193 197 199 211 223 227  
229 233 239 241 251 257 263 269 271 277 281 283 293 307 311 313 317 331 337 347 349 353 359 367  
373 379 383 389 397 401 409 419 421 431 433 439 443 449 457 461 463 467 479 487 491 499 503 509  
521 523 541 547 557 563 569 571 577 587 593 599 601 607 613 617 619 631 641 643 647 653 659 661  
673 677 683 691 701 709 719 727 733 739 743 751 757 761 769 773 787 797 809 811 821 823 827 829  
839 853 857 859 863 877 881 883 887 907 911 919 929 937 941 947 953 967 971 977 983 991 997

La **conjecture de Goldbach** : Tout nombre entier pair supérieur à 3 peut s'écrire comme la somme de deux nombres premiers.

### Exercice n°2 :

Décomposer les nombres suivants sous la forme d'un produit de facteurs :

12 / 260 / 150 / 48 / 32 / 495

### Exercice n°3 :

- 1) Décomposer les couples de nombres suivants
- 2) Déterminer les diviseurs communs à chaque nombre
- 3) Déterminer le plus grand diviseur commun de ces 2 nombres ( PGCD )

a) 45 et 105                      b) 90 et 294                      c) 231 et 546                      d) 210 et 350

### Exercice n°4 :

Après avoir décomposer les nombres suivants en un produit de facteurs premiers, déterminer le plus petit multiple commun aux deux nombres. ( PPCM )

a) 6 et 15                      b) 45 et 105                      c) 12 et 140                      d) 36 et 63                      e) 24 et 40

## Déterminer le plus grand diviseur commun à 630 et 450

**Étape 1 :** On décompose chacun des deux nombres en un produit de facteurs premiers :

$$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$450 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

**Étape 2 :** On entoure les facteurs communs

$$630 = \textcircled{2} \times \textcircled{3} \times \textcircled{3} \times \textcircled{5} \times 7$$

$$450 = \textcircled{2} \times \textcircled{3} \times \textcircled{3} \times \textcircled{5} \times 5$$

**Étape 3 :** Il suffit d'effectuer le produit des facteurs communs

$$2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$$

Donc le plus grand diviseur commun à 630 et 450 est **90**

90 n'est pas le seul diviseur commun à ces deux nombres. Il y a 3, 5, 10 etc.

90 est le plus grand des diviseurs communs à 630 et 450.

$$630 = 90 \times 7$$

$$450 = 90 \times 5$$

On note  $PGCD(630; 450) = 90$

Déterminer le plus petit multiple commun à 24 et 30

**Étape 1 :** On décompose chacun des deux nombres en un produit de facteurs premiers :

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

**Étape 2 :** On entoure les facteurs communs

$$24 = \textcircled{2} \times 2 \times 2 \times \textcircled{3}$$

$$30 = \textcircled{2} \times \textcircled{3} \times 5$$

**Étape 3 :** Il suffit de recopier tous les facteurs premiers des deux nombres en ne recopiant qu'une seule fois les facteurs entourés

$$\textcircled{2} \times \textcircled{3} \times 2 \times 2 \times 5 = 120$$

24 et 30 ont une infinité de multiples communs ( 120, 240, 360, 480, ... )

Le plus petit multiple commun de 24 et 30 est 120.

On le note  $PPCM(24 ; 30) = 120$

On utilise le PGCD ou le PPCM pour résoudre différents problèmes.

**Problème résolu n°1 :**

Marc a 108 billes rouges et 135 billes noires. Il veut faire des paquets de billes de sorte que :  
tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges.

tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires.

toutes les billes rouges et toutes les billes noires soient utilisées.

1) Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?

2) Combien y aura-t-il de billes rouges et de billes noires dans chaque paquet ?

Solution :

1) Le nombre de paquets que l'on peut réaliser doit être un diviseur commun à 108 et 135.

On veut faire le plus grand nombre de paquets possibles. On va donc chercher le PGCD de ces deux nombres.

$$108 = 2 \times 2 \times \textcircled{3} \times \textcircled{3} \times \textcircled{3}$$

$$135 = \textcircled{3} \times \textcircled{3} \times \textcircled{3} \times 5$$

$$PGCD(108 ; 135) = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

On pourra donc réaliser au maximum 27 paquets.

$$2) 108 \div 27 = 4$$

$$135 \div 27 = 5$$

Dans chaque paquet il y aura 4 billes rouges et 5 billes noires.

**Problème résolu n°2 :**

Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de long et de 88 cm de large. Il a reçu la consigne suivante :

« Découper dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte ».

1) Quelle sera la longueur du carré ?

2) Combien peut-il découper de carrés par plaque ?

Solution :

1) Le côté du carré doit être un diviseur commun à 110 et 88.

On souhaite que le côté du carré soit le plus grand possible.

On cherche donc le PGCD de 110 et 88.

$$110 = \textcircled{2} \times 5 \times \textcircled{11}$$

$$88 = \textcircled{2} \times 2 \times 2 \times \textcircled{11}$$

$$PGCD(110; 88) = 2 \times 11 = 22$$

Le côté du carré est égal à 22 cm.

$$2) 110 \div 22 = 5$$

$$88 \div 22 = 4$$

Dans la plaque, il y aura 5 carrés dans la longueur et 4 carrés dans la largeur.

$$5 \times 4 = 20$$

Il y aura donc 20 carrés par plaque.

**Problème résolu n°3 :**

2 compagnies d'autobus offrent aux touristes des tours guidés de la ville de Somain et de ses attractions.

Les deux compagnies débutent leur tour de la gare.

La compagnie A propose un tour de 45 minutes.

La compagnie B propose un tour de 75 minutes.

Il est 14 heures et les 2 bus démarrent en même temps.

A quelle heure les 2 bus se retrouveront en même temps à la gare de Somain ?

**Solution :**

Pour résoudre ce problème, il faut déterminer le PPCM de 45 et 75

$$45 = \textcircled{3} \times 3 \times \textcircled{5}$$

$$75 = \textcircled{3} \times 5 \times \textcircled{5}$$

$$PPCM(45 ; 75) = \textcircled{3} \times \textcircled{5} \times 3 \times 5 = 225$$

Les deux bus se retrouveront au bout de 225 minutes, c'est à dire 3h45min

$$14\text{h} + 3\text{h}45\text{min} = 17\text{h}45\text{ min}$$

Les 2 bus se retrouveront à 17h45 min

Résoudre les problèmes suivants :

**Problème 1 :**

Un confiseur doit vendre 3 150 bonbons et 1 350 sucettes. Il veut réaliser des paquets contenant tous le même nombre de bonbons et le même nombre de sucettes, en utilisant tous les bonbons et toutes les sucettes.

- a) Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?
- b) Combien y aura-t-il de bonbons et de sucettes dans chaque paquet ?

**Problème 2 :**

Un boulanger a préparé une grande pizza rectangulaire de 104 cm sur 91 cm. Il la découpe en parts carrées identiques dont le côté est un nombre entier de centimètres, le plus grand possible. a) Calculer la dimension des parts . b) Calculer le nombre total de parts obtenues.

**Problème 3 :**

Un pâtissier dispose de 411 framboises et de 685 fraises.

Afin de préparer des tartelettes, il désire répartir ces fruits en les utilisant tous et en obtenant le maximum de tartelettes identiques .

1. Calculer le nombre de tartelettes .
2. Calculer le nombre de framboises et de fraises dans chaque tartelette .

**Problème 4 :**

Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours d'un même circuit. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes. 1) Y-a-t-il des moments (autres que le départ !) où les voitures se croisent sur la ligne de départ ? 2) Préciser le nombre de déplacement par laps de temps .

**Problème 5 :**

On considère un engrenage. La petite roue possède 12 dents.

La grande roue possède 40 dents.

- a) Sur le dessin de l'engrenage, indiquer le sens de rotation de la grande roue.
- b) La première dent de la grande roue est verte et celle de la petite est rouge. Si, au départ, la dent rouge et la dent verte se touchent, combien de tours la petite roue devra-t-elle compléter avant que les dents verte et rouge se touchent à nouveau ? Justifier précisément la réponse

