

ÉQUATIONS

Une équation est une égalité dans laquelle il y a un nombre inconnu.

En fait, vous avez déjà résolu une équation en primaire.

$\dots + 5 = 8$ est une équation !

La solution de cette équation est 3 car $3 + 5 = 8$

En classe de quatrième, nous avons écrit cette équation :

$x + 5 = 8$. La solution de cette équation est $x = 3$

Règle 1 :

Dans une équation, on ne change pas les solutions en ajoutant ou en soustrayant un même nombre à chaque membre.

Réolvons en détaillant deux équations :

$$x + 64 = 97$$

$$x + 64 - 64 = 97 - 64 \quad \text{On enlève 64 aux deux membres de l'équation.}$$

$$x = 33$$

$$x - 26 = 54$$

$$x - 26 + 26 = 54 + 26 \quad \text{On ajoute 26 aux deux membres de l'équation.}$$

$$x = 80$$

Règle 2 :

Dans une équation, on ne change pas les solutions en multipliant ou en divisant par un même nombre non nul chaque membre.

Réolvons deux équations : $5x = 57$ et $\frac{x}{5} = 33$

$$5x = 57$$

$$\frac{x}{5} = 33$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{57}{5}$$

$$x = 5 \times 33$$

$$x = 11,4$$

$$x = 165$$

Appliquons les deux règles pour résoudre les équations suivantes :

$$5x - 23 = 423$$

$$5x = 423 + 23 \quad \text{On ajoute 23 aux deux membres de l'égalité}$$

$$5x = 446$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{446}{5} \quad \text{On divise par 5 les deux membres de l'égalité}$$

$$x = 89,2$$

Et voilà !!

Un autre exemple...

$$2x + 460 = 910$$

$$2x = 910 - 460$$

On enlève 460 aux deux membres de l'égalité

$$2x = 450$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{450}{2}$$

On divise par 2 les deux membres de l'égalité

$$x = 225$$

Et voilà !!

Mise en équation d'un problème

Les cinq étapes de la mise en équation :

- 1) **Choix de l'inconnue** : En général, il s'agit du nombre qu'il faut trouver dans le problème.
- 2) **Mise en équation** : Il s'agit en pratique de traduire les phrases en français par une relation mathématique équivalente.
- 3) **Résolution de l'équation** : On résout l'équation.
- 4) **Conclusion** : On répond à la question posée dans l'énoncé par une phrase en français .
- 5) **Vérification** : Les valeurs trouvées dans la troisième étape, doivent être des solutions du problème de départ.

Exemple :

Si on ajoute l'âge de Pierre, de son père et de son grand-père, on obtient 121 ans.

Le père est 3 fois plus âgé que Pierre et le grand-père a 23 ans de plus que le père.

Déterminer l'âge de chacun.

1) Choix de l'inconnue

On pose x l'âge de Pierre. Le père a donc $3x$ ans et le grand-père a $3x + 23$ ans

2) Mise en équation

$$x + 3x + 3x + 23 = 121$$

3) Résolution de l'équation

$$7x + 23 = 121$$

$$7x = 121 - 23$$

$$7x = 98$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{98}{7}$$

$$x = 14$$

4) Conclusion

Pierre a 14 ans

Son père a 42 ans ($3 \times 14 = 42$)

Son grand-père a 65 ans ($42 + 23 = 65$)

5) Vérification

$$14 + 42 + 65 = 121$$

Équation-produit

Si un produit est nul, alors l'un des facteurs est égal à zéro

Exemple 1 :

Résoudre $(2x + 16)(3x - 20) = 0$

Si un produit est nul, alors l'un des facteurs est égal à zéro.

$$\text{Soit } 2x + 16 = 0$$

$$2x = 0 - 16$$

$$2x = -16$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{-16}{2}$$

$$x = -8$$

$$\text{Soit } 3x - 20 = 0$$

$$3x = 0 + 20$$

$$3x = 20$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{20}{3}$$

$$x = \frac{20}{3}$$

Les solutions sont -8 et $\frac{20}{3}$

Exemple 2 :

Résoudre $3x(5x - 7) + (5x - 7)(7x + 20) = 0$

Dans un premier temps, il faut factoriser le membre de gauche de cette équation.

$$3x(\textcolor{red}{5x - 7}) + (\textcolor{red}{5x - 7})(7x + 20) = 0$$

$$(\textcolor{red}{5x - 7})(3x + 7x + 20) = 0$$

$$(5x - 7)(10x + 20) = 0$$

Si un produit est nul, alors l'un des facteurs est égal à zéro.

$$\text{Soit } 5x - 7 = 0$$

$$5x = 0 + 7$$

$$5x = 7$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{7}{5}$$

$$x = 1,4$$

$$\text{Soit } 10x + 20 = 0$$

$$10x = 0 - 20$$

$$10x = -20$$

$$\frac{10x}{10} = \frac{-20}{10}$$

$$x = -2$$

Les solutions sont $1,4$ et -2

Exemple 3 :

Résoudre $(5x + 8)^2 - 25 = 0$

Il faut factoriser le membre de gauche en utilisant l'égalité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$(5x + 8)^2 - 5^2 = 0$$

$$(5x + 8 + 5)(5x + 8 - 5) = 0$$

$$(5x + 13)(5x + 3) = 0$$

Si un produit est nul, alors l'un des facteurs est égal à zéro.

$$\text{Soit } 5x + 13 = 0$$

$$5x = 0 - 13$$

$$5x = -13$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{-13}{5}$$

$$x = -2,6$$

$$\text{Soit } 5x + 3 = 0$$

$$5x = 0 - 3$$

$$5x = -3$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{-3}{5}$$

$$x = -0,6$$

Les solutions sont $-2,6$ et $-0,6$