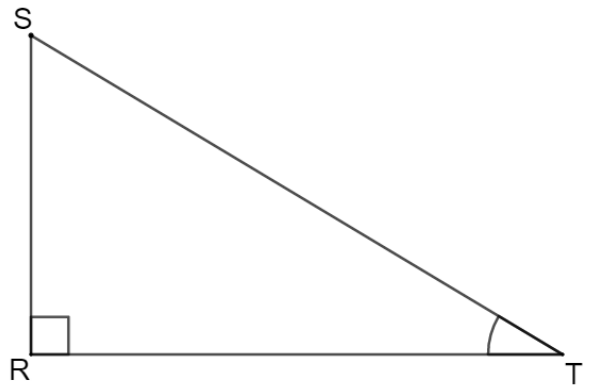
TRIGONOMÉTRIE

Vocabulaire

On considère un triangle RST rectangle en R.

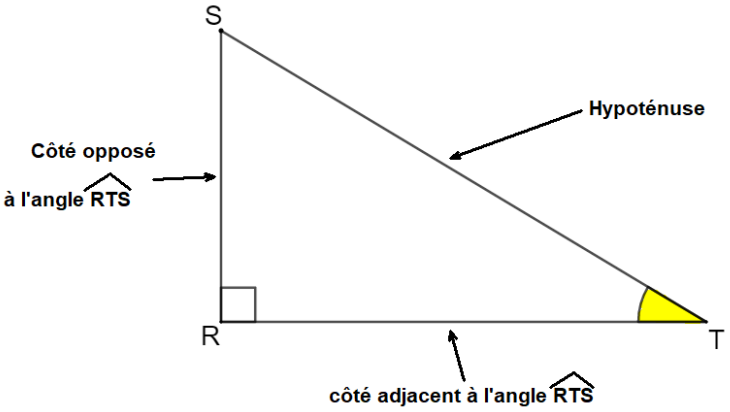


Le côté situé en face de l'angle droit est **l'hypoténuse** : **[ST]**

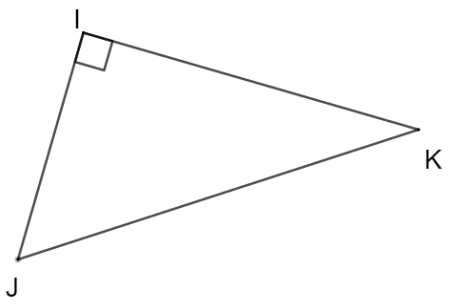
Le côté situé en face de l'angle $\widehat{RTS}$ est le **côté opposé** à l'angle $\widehat{RTS}$: **[RS]**

Le côté qui relie le sommet de l'angle droit et le sommet de l'angle $\widehat{RTS}$ est le **côté adjacent** à l'angle $\widehat{RTS}$: **[RT]**

On a donc :



Exercice n°1 :



Déterminer :
L'hypoténuse du triangle IJK : .....

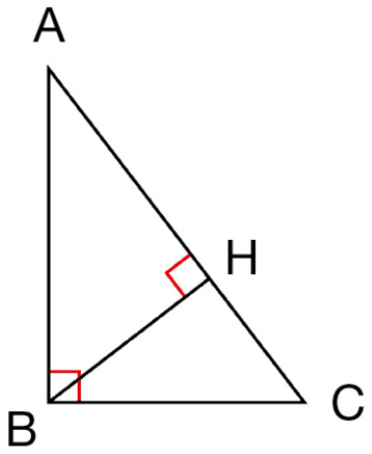
Le côté opposé à l'angle $\widehat{IKJ}$: .....

Le côté adjacent à l'angle $\widehat{IKJ}$: .....

Le côté opposé à l'angle $\widehat{IJK}$: .....

Le côté adjacent à l'angle $\widehat{IJK}$: .....

Exercice n°2 :



Dans le triangle ABC :
L'hypoténuse est .....

Le côté opposé à l'angle $\widehat{BAC}$: .....

Dans le triangle ABH :
L'hypoténuse est .....

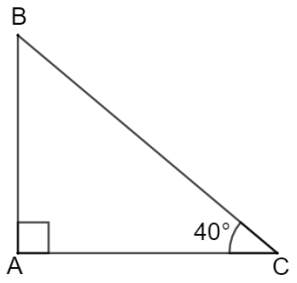
Le côté adjacent à l'angle $\widehat{HBA}$: .....

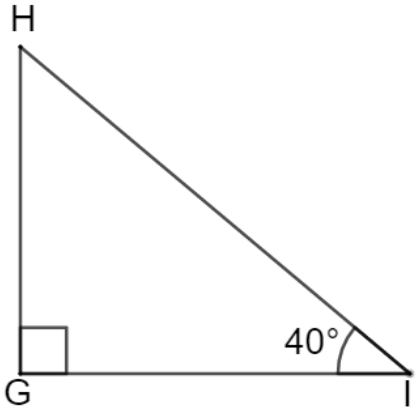
Dans le triangle BHC :
L'hypoténuse est .....

Le côté opposé à l'angle $\widehat{BCH}$: .....

Formules

On s'intéresse à 2 triangles :





Ces deux triangles ont deux angles deux
à deux de même mesure donc ces 2 triangles sont semblables.
GHI est un agrandissement de ABC.
Par conséquent, il existe un nombre k (le coefficient d'agrandissement) tel que :
$GI = k \times AC$
$GH = k \times AB$
$HI = k \times BC$

Dans le triangle ABC
Hypoténuse : BC
Côté opposé à l'angle $\widehat{ACB}$: AB
Côté adjacent à l'angle $\widehat{ACB}$: AC

Dans le triangle GHI
Hypoténuse : HI
Côté opposé à l'angle $\widehat{GIH}$: GH
Côté adjacent à l'angle $\widehat{GIH}$: GI

On s'intéresse au rapport de longueurs : $\dfrac{\textit{côté opposé à l'angle de } 40°}{\textit{hypoténuse}}$

Dans le triangle ABC
$\dfrac{AB}{BC}$

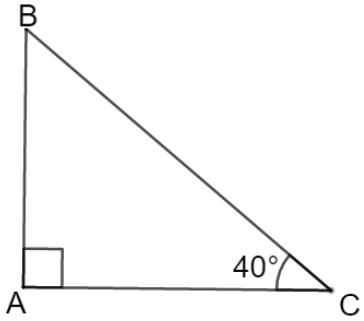
Dans le triangle GHI
$\dfrac{GH}{HI}$

Ces 2 rapports sont des nombres.
Nous avons vu plus haut que $GH = k \times AB$ et $HI = k \times BC$

Donc $\dfrac{GH}{HI} = \dfrac{k \times AB}{k \times BC} = \dfrac{AB}{BC}$ (on peut simplifier par k)

Cela signifie que dans tous les triangles semblables au triangle ABC, le rapport
$\dfrac{\textit{côté opposé à l'angle de } 40°}{\textit{hypoténuse}}$ est toujours égal à un même nombre.

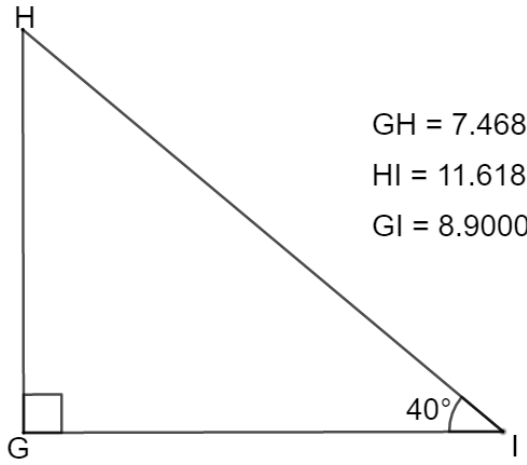
On peut le vérifier à l'aide de géogébra :



AB = 4.73278971

BC = 7.3629137194

AC = 5.6403191399



GH = 7.4680055736

HI = 11.61815421

GI = 8.9000224719

Calculer :

$\frac{AB}{BC}$ =..... $\frac{GH}{HI}$ =.....

Ce nombre dépend évidemment de l'angle. Si on avait tracé un triangle rectangle avec un angle de 55°, le rapport de longueur aurait été différent.

Ce nombre que vous avez trouvé ce nomme sinus 40° et se note sin 40.

Vérifions-le à l'aide de votre calculatrice :

sin 40 = ...

On aurait pu refaire la même chose avec $\frac{\text{côté adjacent à l'angle de } 40°}{\text{hypoténuse}}$

Calculer :

$\frac{AC}{BC}$ =..... $\frac{GI}{HI}$ =.....

Ce nombre que vous avez trouvé ce nomme cosinus 40° et se note cos 40.

Vérifions-le à l'aide de votre calculatrice :

cos 40 = ...

On aurait pu refaire la même chose avec $\dfrac{\textit{côté opposé à l'angle de } 40°}{\textit{côté adjacent à l'angle de } 40°}$

Calculer :

$\dfrac{AB}{AC}$ =..... $\dfrac{GH}{GI}$ =.....

Ce nombre que vous avez trouvé ce nomme tangente 40° et se note tan 40.

Vérifions-le à l'aide de votre calculatrice :

tan 40 = ...

Bilan :

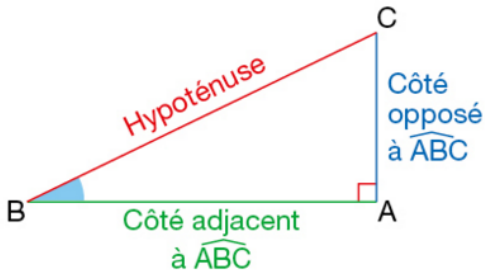
Définitions Dans un triangle rectangle,

- le **cosinus** d'un angle aigu est le quotient $\dfrac{\text{longueur du côté adjacent à cet angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$;
- le **sinus** d'un angle aigu est le quotient $\dfrac{\text{longueur du côté opposé à cet angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$;
- la **tangente** d'un angle aigu est le quotient $\dfrac{\text{longueur du côté opposé à cet angle}}{\text{longueur du côté adjacent à cet angle}}$.

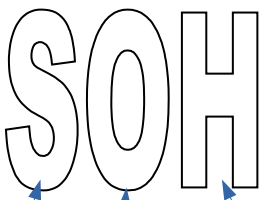
Dans un triangle ABC rectangle en A :

- $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$ (lire « cosinus de $\widehat{ABC}$ »)
- $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$ (lire « sinus de $\widehat{ABC}$ »)
- $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$ (lire « tangente de $\widehat{ABC}$ »)

Remarque. Pour calculer ces rapports, les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

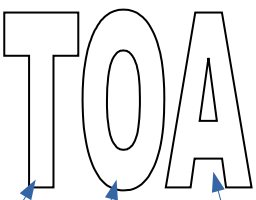


Pour retenir ces formules, il suffit de retenir SOH CAH TOA



sinus opposé hypoténuse

cosinus adjacent hypoténuse



tangente opposé adjacent

Exercice n°3 : Utiliser la calculatrice

Arrondir au millième (3 chiffres après la virgule)

$cos\ 25 \approx$.....

$sin\ 47 \approx$ .....

$tan\ 50 \approx$.....

$cos\ 65 \approx$.....

$sin\ 30 \approx$.....

$cos\ 83 \approx$.....

$sin\ 7 \approx$.....

$tan\ 15 \approx$.....

$cos\ 60 \approx$.....

$tan\ 82 \approx$.....

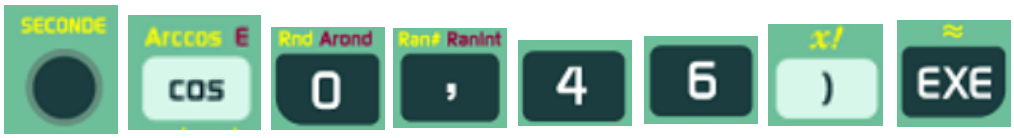
Exercice n°4 : Utiliser la calculatrice pour déterminer la mesure d'un angle

Dans cet exercice, je vous donne la valeur du sinus, du cosinus ou de la tangente d'un angle et vous devez trouver un valeur approchée au dixième de la mesure de cet angle.

Exemple :

$cos\ \widehat{ABC} = 0,46$

il suffit de taper :



$\widehat{ABC} \approx 62,6°$

$cos\ \widehat{IJK} = 0,14$

$\widehat{IJK} \approx$.....

$sin\ \widehat{RST} = 0,285$

$\widehat{RST} \approx$.....

$tan\ \widehat{KLM} = 3,5$

$\widehat{KLM} \approx$.....

$sin\ \widehat{DEF} = 0,738$

$\widehat{DEF} \approx$.....

$tan\ \widehat{MNO} = 0,15$

$\widehat{MNO} \approx$.....

$cos\ \widehat{ERO} = 1,7$

$\widehat{ERO} \approx$.....

$sin\ \widehat{TIK} = \frac{2}{5}$

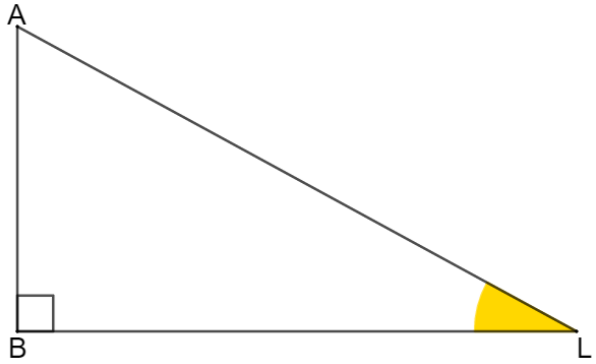
$\widehat{TIK} \approx$.....

$cos\ \widehat{TOK} = \frac{11}{27}$

$\widehat{TOK} \approx$.....

Exercice n°5 : Écrire une formule

1)



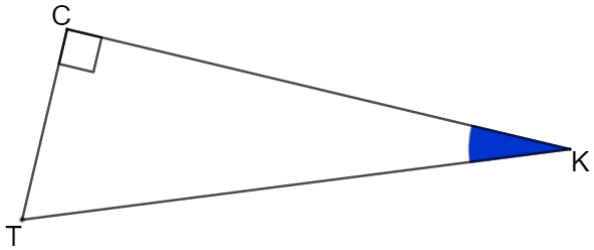
Hypoténuse : .....

Côté opposé à l'angle $\widehat{BLA}$: .....

Côté adjacent à l'angle $\widehat{BLA}$: .....

$sin\ \widehat{BLA} =$..... $cos\ \widehat{BLA} =$..... $tan\ \widehat{BLA} =$.....

2)



Hypoténuse : .....

Côté opposé à l'angle $\widehat{TKC}$: .....

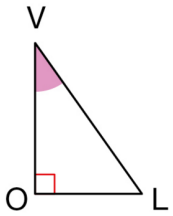
Côté adjacent à l'angle $\widehat{TKC}$: .....

$sin\ \widehat{TKC} = ...$ $cos\ \widehat{TKC} = ...$ $tan\ \widehat{TKC} = ...$

3)

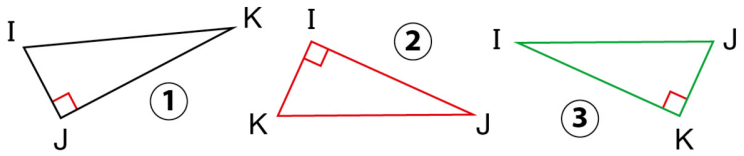
Que représente chaque quotient pour l'angle $\widehat{OVL}$ du triangle rectangle VOL ci-contre ?

a. $\frac{VO}{VL}$ **b.** $\frac{OL}{OV}$ **c.** $\frac{OL}{VL}$



4)

Voici trois triangles rectangles.



Dire dans lequel de ces triangles on a :

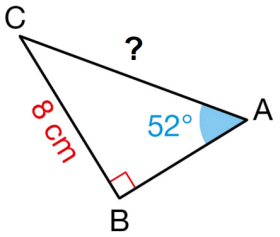
a. $\sin \widehat{IJK} = \frac{IK}{IJ}$ **b.** $\tan \widehat{JIK} = \frac{JK}{IJ}$ **c.** $\cos \widehat{IJK} = \frac{IJ}{JK}$

TRIGONOMÉTRIE (2)

Bien lire le cours avant de faire les exercices suivants ;

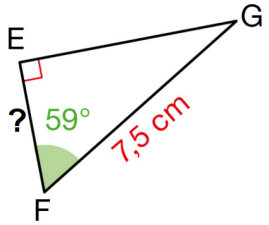
Exercice n°1 :

Utiliser les données de cette figure pour donner une valeur approchée au dixième près de la longueur AC, en cm.



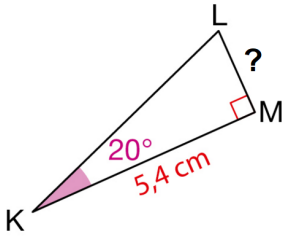
Exercice n°2 :

Utiliser les données de cette figure pour donner une valeur approchée au dixième près de la longueur EF, en cm.



Exercice n°3 :

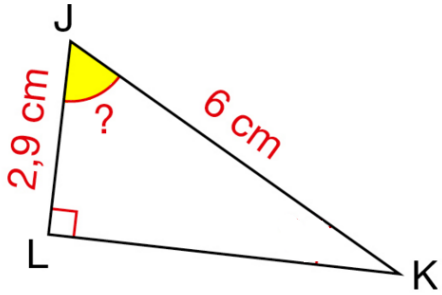
Utiliser les données de cette figure pour donner une valeur approchée au centième près de la longueur LM, en cm.



Exercice n°4 :

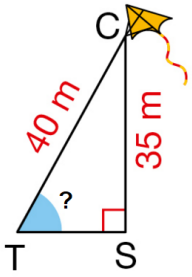
a. Utiliser les données de cette figure pour donner une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{LJK}$.

b. En déduire une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{LKJ}$.



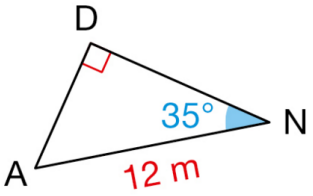
Exercice n°5 :

Tania fait voler son cerf-volant.
La ficelle a une longueur TC de 40 m. Elle est tendue et le cerf-volant est à 35 m du sol.
Donner une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{STC}$.



Exercice n°6 :

ADN est le triangle rectangle ci-contre.



1. a. Que représente le côté [AD] pour l'angle $\widehat{AND}$?

b. Calculer la longueur DA, en m, puis donner une valeur approchée au centième près.

2. a. Que représente le côté [ND] pour l'angle $\widehat{AND}$?

b. Calculer la longueur ND, en m, puis donner une valeur approchée au centième près.

Exercice n°7 :

IJK est un triangle tel que :

IJ = 9,6 cm ; JK = 10,4 cm ; IK = 4 cm.

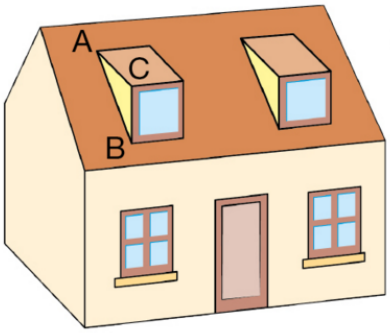
a. Construire un tel triangle.

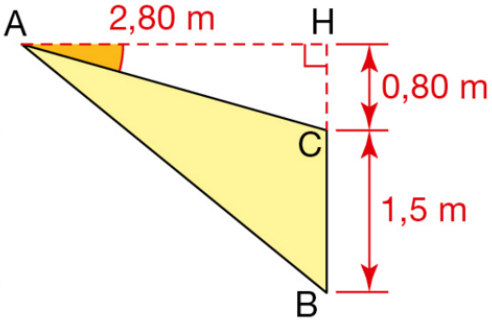
b. Quelle est sa nature ? Expliquer.

c. Donner une valeur approchée au degré près de la mesure de chacun des angles aigus de IJK.

Exercice n°8 :

Voici un plan de coupe de l'une des deux lucarnes de cette maison.





Déterminer une valeur approchée au degré près de :

a. la mesure de $\widehat{HAC}$,

b. la mesure de $\widehat{HAB}$,

c. la mesure de $\widehat{CAB}$.

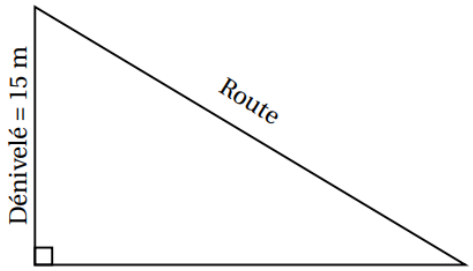
TRIGONOMÉTRIE (3)

Exercice n°1 :

On obtient la pente d'une route en calculant le quotient du dénivelé (c'est-à-dire du déplacement vertical) par le déplacement horizontal correspondant. Une pente s'exprime sous forme d'un pourcentage.

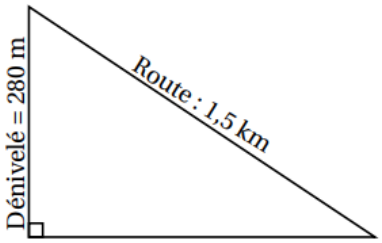
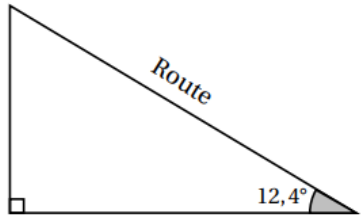
Sur l'exemple ci-contre, la pente de la route est :

$$\frac{\text{dénivelé}}{\text{déplacement horizontal}} = \frac{15}{120} = 0,125 = 12,5\,\%.$$



Déplacement horizontal : 120 m

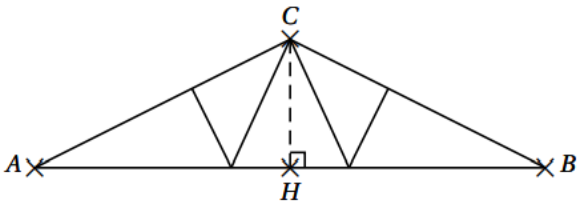
Classer les pentes suivantes dans l'ordre décroissant, c'est-à-dire de la pente la plus forte à la pente la moins forte.

Route descendant du château des Adhémar, à Montélimar.	
Tronçon d'une route descendant du col du Grand Colombier (Ain).	
Tronçon d'une route descendant de l'Alto de l'Angliru (région des Asturies, Espagne).	 Déplacement horizontal : 146 m

Exercice n°2 :

Les normes de construction imposent que la pente d'un toit représentée ici par l'angle $\widehat{CAH}$ doit avoir une mesure comprise entre 30° et 35°.

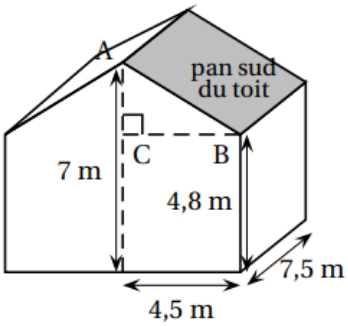
Une coupe du toit est représentée ci-contre :
$AC = 6$ m et $AH = 5$ m.
H est le milieu de $[AB]$.



Le charpentier affirme que sa construction respecte la norme.

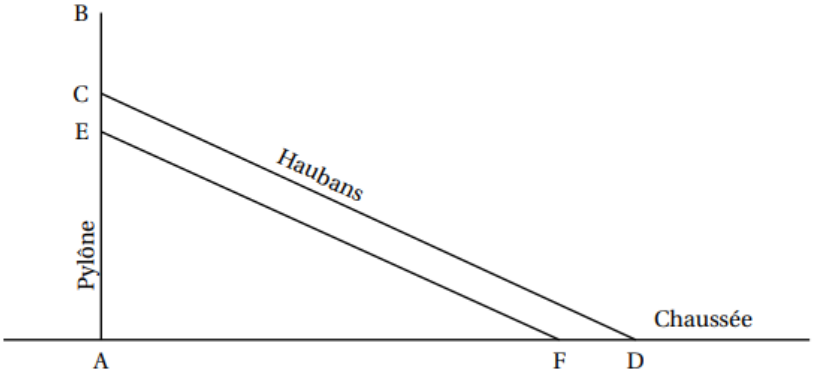
Exercice n°3 :

Une personne souhaite installer des panneaux photovoltaïques sur la partie du toit de sa maison orientée au sud. Cette partie est grisée sur la figure ci-contre. Elle est appelée pan sud du toit.
La production d'électricité des panneaux solaires dépend de l'inclinaison du toit.
Déterminer, au degré près, l'angle $\widehat{ABC}$ que forme ce pan sud du toit avec l'horizontale.



Exercice n°4 :

Le viaduc de Millau est un pont franchissant la vallée du Tarn, dans le département de l'Aveyron, en France.
Il est constitué de 7 pylônes verticaux équipés chacun de 22 câbles appelés haubans.
Le schéma ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, représente un pylône et deux de ses haubans.

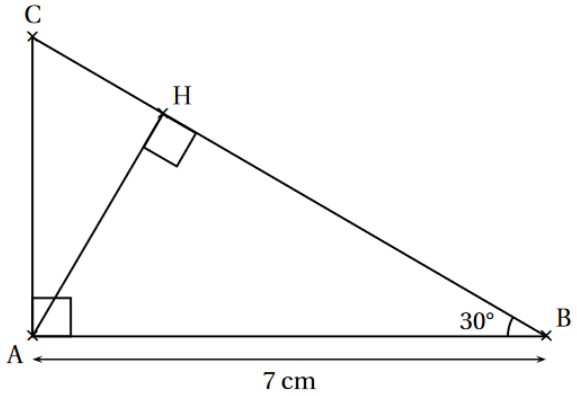


On dispose des informations suivantes :
AB = 89 m ; AC = 76 m ; AD = 154 m ; FD = 12 m et EC = 5 m.

1. Calculer la longueur du hauban [CD]. Arrondir au mètre près.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CDA}$ formé par le hauban [CD] et la chaussée.
   Arrondir au degré près.
3. Les haubans [CD] et [EF] sont-ils parallèles ?

Exercice n°5 :

La figure ci-contre n'est pas à l'échelle



On considère ci-dessus un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 30°$ et AB = 7 cm. H est le pied de la hauteur issue de A.

1. Tracer la figure en vraie grandeur sur la copie. Laisser les traits de construction apparents sur la copie.
2. Démontrer que AH = 3,5 cm.
3. Démontrer que les triangles ABC et HAC sont semblables.
4. Déterminer le coefficient de réduction permettant de passer du triangle ABC au triangle HAC.

Exercice n°6 :

Dans cet exercice, on donnera, si nécessaire, une valeur approchée des résultats au centième près.

Pour construire le décor d'une pièce de théâtre (*Figure 1*), Joanna dispose d'une plaque rectangulaire ABCD de 4 m sur 2 m dans laquelle elle doit découper les trois triangles du décor avant de les superposer. Elle propose un découpage de la plaque (*Figure 2*).

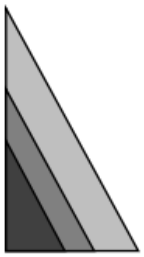


Figure 1

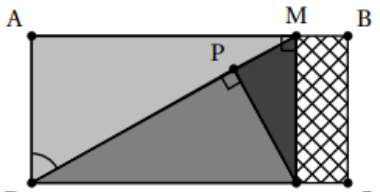


Figure 2

Le triangle ADM respecte les conditions suivantes :

- le triangle ADM est rectangle en A
- AD = 2 m
- $\widehat{ADM} = 60°$

1. Montrer que [AM] mesure environ 3,46 m.
2. La partie de la plaque non utilisée est représentée en quadrillé sur la figure 2.
   Calculer une valeur approchée au centième de la proportion de la plaque qui n'est pas utilisée.
3. Pour que la superposition des triangles soit harmonieuse, Joanna veut que les trois triangles AMD, PNM et PDN soient semblables. Démontrer que c'est bien le cas.
4. Joanna aimerait que le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle PDN au triangle AMD soit plus petit que 1,5. Est-ce le cas? Justifier.