

# Le théorème de Thalès

## Le théorème de Thalès

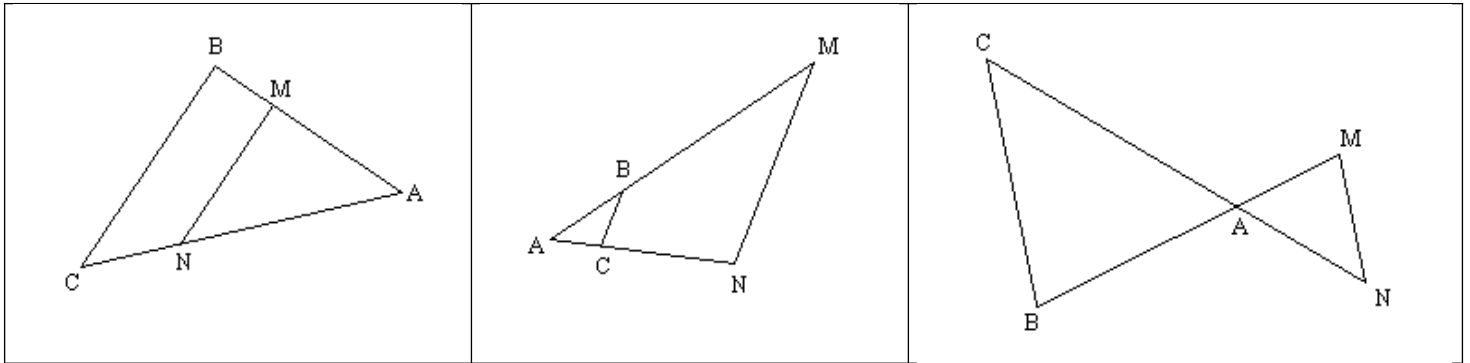
Soit deux droites d et d' sécantes en A.

Soient B et M deux points de d distincts de A.

Soient C et N deux points de d' distincts de A.

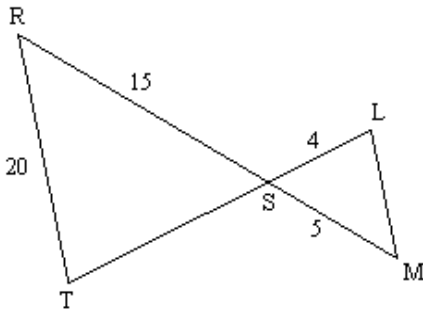
Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles alors  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Les trois cas de figures :



Dans ces trois cas les triangles ABC et AMN ont leurs côtés associés proportionnels.

## Un exemple d'utilisation du théorème de Thalès



Sachant que les droites (RT) et (LM) sont parallèles, déterminer les longueurs ST et LM.

Dans les triangles RST et LMS

Les droites (RM) et (LT) sécantes en S

les droites (RT) et (LM) sont parallèles

d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{SR}{SM} = \frac{ST}{SL} = \frac{RT}{LM}$$

$$\frac{15}{5} = \frac{ST}{4} = \frac{20}{LM}$$

$$\frac{15}{5} = \frac{ST}{4}$$

$$\frac{15}{5} = \frac{20}{LM}$$

$$ST = \frac{15 \times 4}{5}$$

$$LM = \frac{5 \times 20}{15}$$

$$ST = 12 \text{ cm}$$

$$LM = \frac{20}{3}$$

## Déterminer si deux droites sont parallèles

### La réciproque du théorème de Thalès

Soient deux droites  $d$  et  $d'$  sécantes en  $A$ .

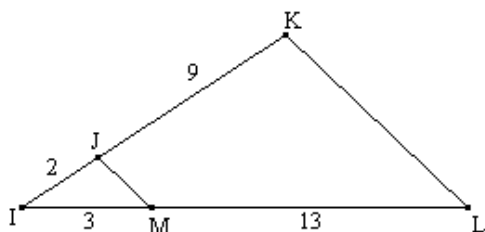
Soient  $B$  et  $M$  deux points de  $d$  distincts de  $A$ .

Soient  $C$  et  $N$  deux points de  $d'$  distincts de  $A$ .

Si les points  $A, B, M$  d'une part et les points  $A, C, N$  d'autre part sont dans le même ordre et si

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} \quad \text{alors les droites } (BC) \text{ et } (MN) \text{ sont parallèles}$$

### Deux exemples d'utilisation



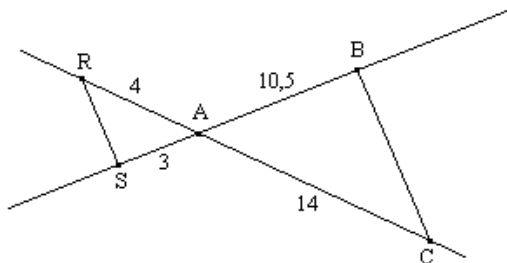
Les points **I**, J, K d'une part et **I**, M, L d'autre part sont alignés dans le même ordre.

Comparons les rapports  $\frac{IJ}{IK}$  et  $\frac{IM}{IL}$

$$\frac{IJ}{IK} = \frac{2}{9} = \frac{2 \times 16}{9 \times 16} = \frac{32}{144}$$

$$\frac{IM}{IL} = \frac{3}{13} = \frac{3 \times 11}{13 \times 11} = \frac{33}{143}$$

On constate que  $\frac{IJ}{IK} \neq \frac{IM}{IL}$  par conséquent d'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (JM) et (KL) ne sont pas parallèles.



Les points R, **A**, C d'une part et S, **A**, B d'autre part sont alignés dans le même ordre.

Comparons les rapports  $\frac{AR}{AC}$  et  $\frac{AS}{AB}$

$$\frac{AR}{AC} = \frac{4}{14} = \frac{4 \times 10,5}{14 \times 10,5} = \frac{42}{147}$$

$$\frac{AS}{AB} = \frac{3}{10,5} = \frac{3 \times 14}{10,5 \times 14} = \frac{42}{147}$$

On a  $\frac{AR}{AC} = \frac{AS}{AB}$  donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (RS) et (BC) sont parallèles.