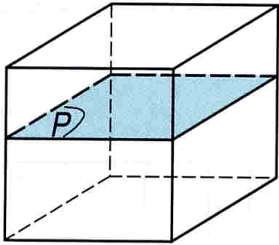


Section d'un solide par un plan

Section d'un cube ou d'un parallélépipède rectangle

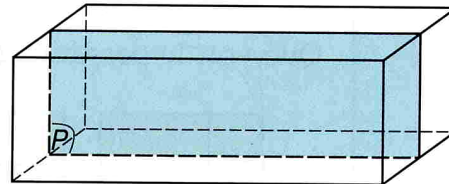
La section d'un cube ou d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face est un carré ou un rectangle ayant les mêmes dimensions que cette face.

cube de côté a



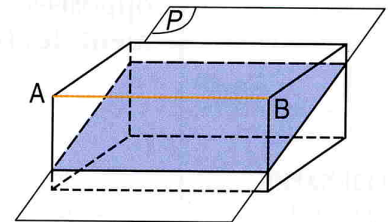
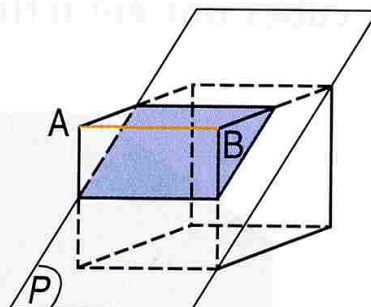
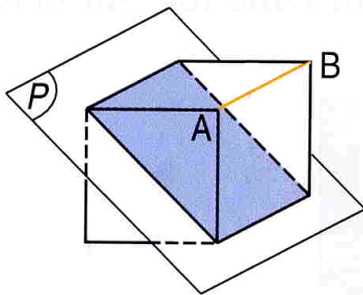
La section est un carré de côté a

parallélépipède rectangle



La section est un rectangle

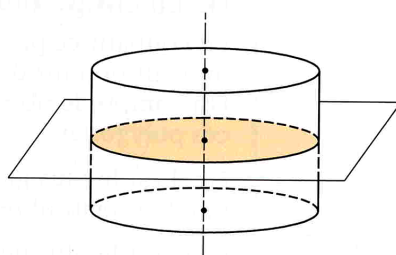
La section d'un cube ou d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une arête est un rectangle.



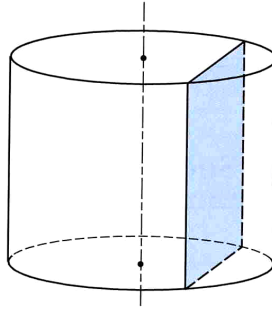
Dans les trois exemples ci-dessus, le plan P est parallèle à l'arête $[AB]$.

Section d'un cylindre

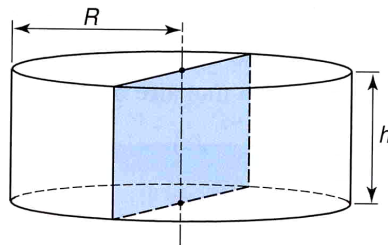
La section d'un cylindre par un plan perpendiculaire à l'axe du cylindre est un disque de même rayon que la base.



La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe du cylindre est un rectangle

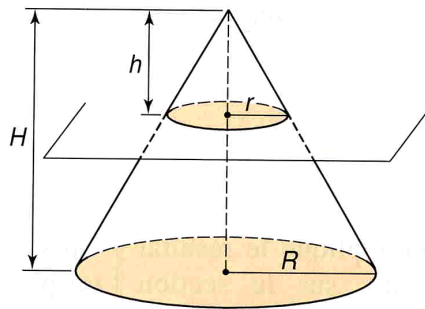


Dans le cas où le plan contient l'axe du cylindre, la section est un rectangle de dimensions h et $2R$



Section d'un cône

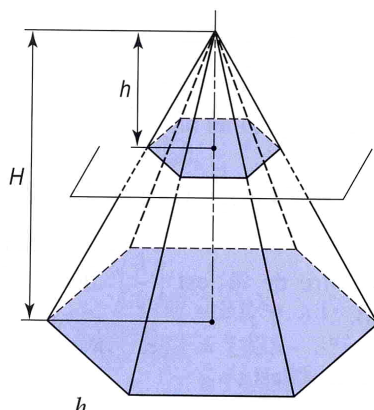
La section d'un cône par un plan parallèle à la base est un disque qui est une réduction du disque de la base.



Le rapport de réduction est $\frac{h}{H} = \frac{r}{R}$

Section d'une pyramide

La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone qui est une réduction du polygone de base.

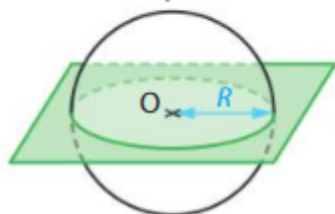


Le rapport de réduction est $\frac{h}{H}$

Section d'une sphère

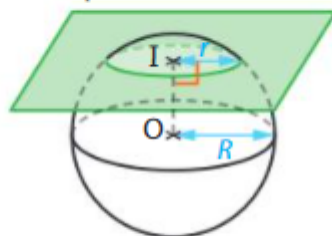
La section d'une sphère par un plan est un cercle

1^{er} cas : le plan passe par le centre de la sphère.



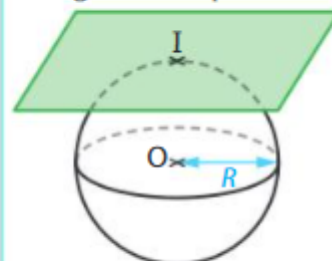
La section est un « grand cercle » de la sphère : le cercle et la sphère ont le même centre O.

2^e cas : le plan ne passe pas par le centre de la sphère.



La section est un cercle de centre I, point d'intersection du plan et de la perpendiculaire au plan passant par O.

3^e cas : le plan est tangent à la sphère.

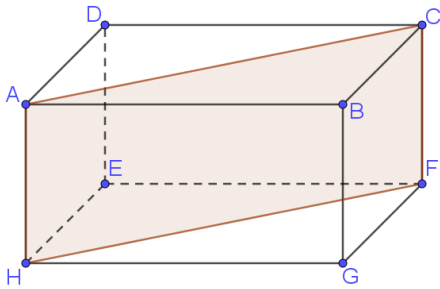


La section est réduite à un point.

Exercices résolus

Exercice n°1 :

Un pavé droit ABCDEFGH a pour dimensions (l'unité est le cm) : $AB = 16$; $AD = 12$; $AH = 5$.
Indique la nature et calcule l'aire de la section du pavé par le plan P.



P est un plan parallèle à (BG) et passant par A et C
La section est donc un rectangle.

$$AH = 5 \text{ cm}$$

Déterminons AC.

ACD est un triangle rectangle en D

D'après le théorème de Pythagore

$$AC^2 = DA^2 + DC^2$$

$$AC^2 = 12^2 + 16^2$$

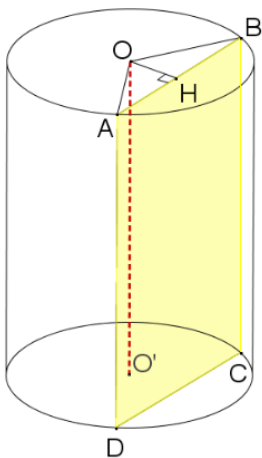
$$AC^2 = 400$$

$$AC = \sqrt{400}$$

$$AC = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Aire du rectangle ACFH} : 5 \times 20 = 100 \text{ cm}^2$$

Exercice n°2 :



Le cylindre de révolution de rayon 3,9 cm et de hauteur 12 cm représenté ci-contre est coupé par un plan parallèle à l'axe (OO') du cylindre et situé à 1,5 cm de l'axe.

Déterminer l'aire de la section ABCD

La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe du cylindre est un rectangle

Déterminons AB

AOH est un triangle rectangle en H

D'après le théorème de Pythagore

$$AO^2 = HA^2 + HO^2$$

$$3,9^2 = HA^2 + 1,5^2$$

$$HA^2 = 3,9^2 - 1,5^2$$

$$HA^2 = 12,96$$

$$HA = \sqrt{12,96}$$

$$HA = 3,6 \text{ cm}$$

$$AB = 2 \times HA$$

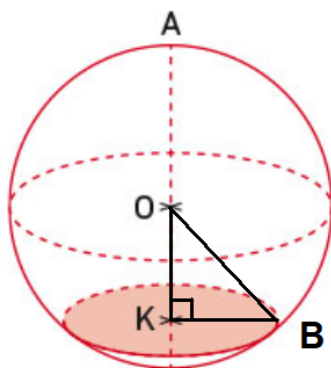
$$AB = 2 \times 3,6$$

$$AB = 7,2 \text{ cm}$$

$$\text{Aire du rectangle ABCD} : AB \times BC = 7,2 \times 12 = 86,4 \text{ cm}$$

Exercice n°3 :

On considère une sphère de centre O et de rayon $OA = 8 \text{ cm}$



On place un point K sur un des rayons de la sphère tel que $OK = 7 \text{ cm}$ et on coupe cette sphère par un plan passant par le point K et perpendiculaire à la droite (OK).

1) Quelle est la nature de la section de la sphère et du plan ?

La section est un disque.

2) Quelle est la mesure exacte du rayon de cette section ?

OKB est un triangle rectangle en K

D'après le théorème de Pythagore

$$OB^2 = KO^2 + KB^2$$

$$8^2 = 7^2 + KB^2$$

$$KB^2 = 8^2 - 7^2$$

$$KB^2 = 15$$

$$KB = \sqrt{15}$$

Donc le rayon de la section est égal à $\sqrt{15} \text{ cm}$.

3) En déduire la valeur exacte et la valeur arrondie au cm^2 près de l'aire de cette section.

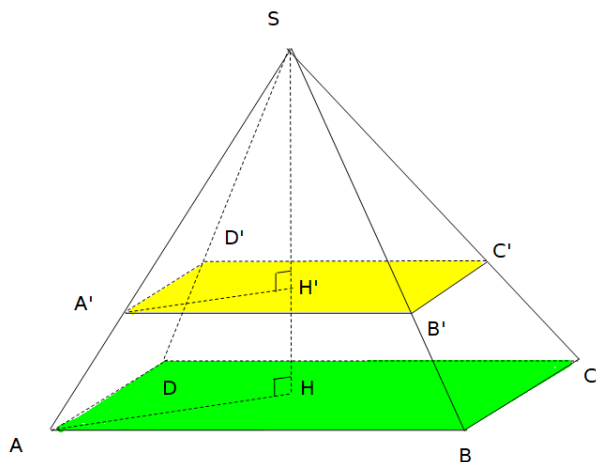
$$A = \pi \times R^2 = \pi \times \sqrt{15}^2 = 15\pi$$

L'aire de ce disque est donc égal à $15\pi \text{ cm}$ soit environ 47 cm^2

Exercice n°4 :

On réalise la section d'une pyramide SABCD à base rectangulaire par un plan parallèle à sa base à 5 cm du sommet.

$$AB = 4,8 \text{ cm} \quad BC = 4,2 \text{ cm} \quad SH = 8 \text{ cm}.$$



1) Calcule le volume de la pyramide SABCD.

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

$$V = \frac{4,8 \times 4,2 \times 8}{3}$$

$$V = 53,76 \text{ cm}^3$$

2) La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD. Donner le rapport de cette réduction.

$$k = \frac{SH'}{SH}$$

$$k = \frac{5}{8}$$

$$k = 0,625$$

3) Déduis-en le volume de la pyramide SA'B'C'D'.

Lorsqu'on multiplie toutes les dimensions d'une figure par un même nombre k , son aire est multipliée par k^2

Lorsqu'on multiplie toutes les dimensions d'un solide par un même nombre k , son volume est multiplié par k^3 .

Volume de SA'B'C'D' :

$$V' = V \times k^3$$

$$V' = 53,76 \times 0,625^3$$

$$V' = 13,125 \text{ cm}^3$$