PUISSANCES

I) Puissance d'exposant positif

Définition

a est un nombre et n est un entier naturel supérieur à 1

$$\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{\textbf{n facteurs}} = a^n$$

a^n est le produit de n facteurs tous égaux à a.

a^n se lit « a puissance n »

Remarque :

$a^1 = a \qquad a^0 = 1$

Exemples :

$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$

$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^4$

Calculer :

$5^2 = 5 \times 5 = 25$

$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$

$14^1 = 14$

$23^0 = 1$

II) Priorités opératoires

Règle de priorité

Dans une expression sans parenthèses, on effectue en priorité les puissances, puis les multiplications et divisions et en dernier les additions et soustractions

Exemples :

$A = 15 + 3^4 \times 2 \qquad B = 32 - 2^4 : 4$

$A = 15 + 81 \times 2 \qquad B = 32 - 16 : 4$

$A = 15 + 162 \qquad B = 32 - 4$

$A = 177 \qquad B = 28$

III) Puissance d'exposant négatif

Définition

a est un nombre non nul et n est un entier

a^{-n} **est l'inverse de** a^n **:** $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Exemples :

$3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$ $\qquad$ $5^{-3} = \dfrac{1}{5^3} = \dfrac{1}{125}$ $\qquad$ $4^{-1} = \dfrac{1}{4}$

IV) Puissances de 10

Les puissances de 10 sont des cas particuliers des puissances.

L'écriture décimale s'obtient alors très facilement

$10^n = 1\underbrace{00\cdots0}_{\textbf{n zéros}}$	$10^{-n} = \underbrace{0,00\cdots0}_{\textbf{n zéros}}1$

Exemples :

$10^4 = 10\ 000$ $\qquad$ (4 zéros) $\qquad$ $10^{-4} = 0,0001$

$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$ $\qquad$ (9 zéros) $\qquad$ $10^{-9} = 0,000000001$

V) Produit d'un nombre par une puissance de 10

Soit n un nombre entier positif

Pour multiplier un nombre par 10^n **il suffit de déplacer la virgule de n rangs vers la droite**

Pour multiplier un nombre par 10^{-n} **il suffit de déplacer la virgule de n rangs vers la gauche**

Exemples :

$3,64 \times 10^5 = 364\ 000$ $\qquad$ 5 rangs vers la droite

$9 \times 10^3 = 9\ 000$ $\qquad$ 3 rangs vers la droite

$25,75 \times 10^{-5} = 0,0002575$ $\qquad$ 5 rangs vers la gauche

$8 \times 10^{-3} = 0,008$ $\qquad$ 3 rangs vers la gauche

VI) Notation scientifique

Un nombre a plusieurs écritures (écriture décimale ou écriture fractionnaire par exemple).

La notation scientifique permet de lire plus simplement les très grands nombres et les très petits nombres.

Un nombre décimal est écrit avec la notation scientifique lorsqu'il est présenté sous la forme du produit d'un nombre décimal compris entre 1 et 10 par une puissance de 10

Exemples :

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

45 000

Première étape : je place une virgule de façon a obtenir un nombre compris entre 1 et 10 puis je supprime les zéros inutiles.

$45\ 000 \rightarrow 4,5000 \rightarrow 4,5$

Pour passer de 4,5 à 45 000 il faut déplacer la virgule de **4** rangs vers la **droite (+)**.

On a donc $45\ 000 = 4,5 \times 10^{4}$

70 000 000

Première étape : je place une virgule de façon a obtenir un nombre compris entre 1 et 10 puis je supprime les zéros inutiles.

$70\ 000\ 000 \rightarrow 7,0000000 \rightarrow 7$

Pour passer de 7 à 70 000 000 il faut déplacer la virgule de **7** rangs vers la **droite (+)**.

On a donc $70\ 000\ 000 = 7 \times 10^{7}$

0,00006

Première étape : je place une virgule de façon a obtenir un nombre compris entre 1 et 10 puis je supprime les zéros inutiles.

$0,00006 \rightarrow 000006 \rightarrow 6$

Pour passer de 6 à 0,00006 il faut déplacer la virgule de **5** rangs vers la **gauche (-)**.

On a donc $0,00006 = 6 \times 10^{-5}$

0,0478

Première étape : je place une virgule de façon a obtenir un nombre compris entre 1 et 10 puis je supprime les zéros inutiles.

$0,0478 \rightarrow 004,78 \rightarrow 4,78$

Pour passer de 4,78 à 0,0478 il faut déplacer la virgule de **2** rangs vers la **gauche (-)**.

On a donc $0,0478 = 4,78 \times 10^{-2}$

VII) Les préfixes

Préfixe	Tera	Giga	Mega	Kilo	Hecto	Deca	Unité	Déci	Centi	Milli	Micro	Nano	Pico	Femto
Symbole	T	G	M	K	h	da		d	c	m	µ	n	p	f
10^n	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}

$3\ Go$ ($3\ gigaoctets$) $=\ 3 \times 10^9\ octets\ =\ 3\ 000\ 000\ 000\ octets$
$12\ Mo$ ($12\ mégaoctets$) $=\ 12 \times 10^6\ octets\ = 12\ 000\ 000\ octets$
$25\ pm$ ($25\ picomètres$) $=\ 25 \times 10^{-12}\ m\ = 0,000000000025\ m$

VIII) Utiliser la calculatrice

Pour écrire 5^4 sur la calculatrice

Pour déterminer l'écriture scientifique de 7500

IX) Opérations sur les puissances

Pour calculer des expressions comprenant des puissances, on revient à la définition.
Néanmoins, on peut mémoriser les propriétés ci-dessous :

a, b désignent des nombres relatifs et m, n des nombres entiers relatifs.

$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^m \times b^m = (a \times b)^m$	$(a^m)^n = a^{m \times n}$
$3^7 \times 3^4 = 3^{11}$	$\dfrac{2^3}{2^{10}} = 2^{-7}$	$3^9 \times 4^9 = 12^9$	$\left(2^5\right)^3 = 2^{15}$